2026-10-22 CSCA30_De_01_Cau_047

Mã bài CSCA30_De_01_Cau_047

Đề 01 · Câu 047 · Ngày 2026-10-22

Chương 02 - Bất đẳng thức · Khó

Kết quả / 答案 C

解题步骤 · Lời giải tiếng Trung

第1步：C：$t=2^x>0$，$y=t+\frac{4}{t}\geq 4$，$x=1$ 时取等。

→ 原理：均值不等式：$a,b\geq 0$ 时 $a+b\geq 2\sqrt{ab}$，当且仅当 $a=b$ 时取等号；要检查正数条件和等号能否取到。

第2步：A：最小值为 3。

→ 原理：配方成 $(x-a)^2+k$：因 $(x-a)^2\geq 0$，最小值为 k，在 $x=a$ 处取得（若 a 在定义区间内）。

第3步：B：$t\in(0,1]$ 时 $t+\frac{4}{t}$ 递减，最小值 5。

→ 原理：柯西不等式：$(ax+by)^2\leq(a^2+b^2)(x^2+y^2)$，当 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$ 时取等号。

第4步：D：$t=\ln x$ 可为负，无最小值。

→ 原理：极限：$x\to\infty$ 时分子分母同除以最高次幂；$\frac{0}{0}$ 型先因式分解约分；$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$；函数连续即极限等于函数值。

说明：C 中令 $t=2^x>0$，则 $t+4/t\geq 4$，在 $t=2$（$x=1$）处取等号。A 最小值为 3；B 中 $0<t=|\sin x|\leq 1$，最小值为 5；D 中 $t=\ln x$ 可为负，$t\to-\infty$ 时函数无下界。

结论：选 C。

Các bước giải · Lời giải tiếng Việt

Bước 1 – C: đặt $t=2^x>0$, $y=t+\frac{4}{t}\geq 2\sqrt{t\cdot\frac{4}{t}}=4$ (BĐT Cauchy), dấu bằng khi $t=2$, tức $x=1$. Giá trị nhỏ nhất bằng 4.

→ Lý thuyết: Bất đẳng thức AM–GM: với $a,b\geq 0$ thì $a+b\geq 2\sqrt{ab}$, dấu bằng khi $a=b$. Luôn kiểm tra điều kiện không âm và xem dấu bằng có xảy ra được không.

Bước 2 – A: $y=(x+1)^2+3\geq 3$, giá trị nhỏ nhất 3 – loại.

→ Lý thuyết: Thêm bớt để đưa tam thức về dạng $(x-a)^2+k$: vì $(x-a)^2\geq 0$ nên giá trị nhỏ nhất là k, đạt tại $x=a$ (đỉnh parabol), nếu $x=a$ thuộc miền đang xét.

Bước 3 – B: $t=|\sin x|\in(0,1]$, $y=t+\frac{4}{t}$ nghịch biến trên $(0,1]$ nên nhỏ nhất bằng 5 tại $t=1$ – loại (dấu bằng Cauchy cần $t=2$ không đạt được).

→ Lý thuyết: Bất đẳng thức Cauchy–Schwarz: $(ax+by)^2\leq(a^2+b^2)(x^2+y^2)$, dấu bằng khi $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$; dùng để tìm giá trị lớn nhất/nhỏ nhất của biểu thức bậc nhất khi biết tổng bình phương.

Bước 4 – D: $t=\ln x$ có thể âm; khi $t\to 0^-$ thì $y\to-\infty$, không có giá trị nhỏ nhất – loại.

→ Lý thuyết: Giới hạn: với phân thức khi $x\to\infty$, chia tử và mẫu cho lũy thừa cao nhất của x; dạng $\frac{0}{0}$ thì phân tích nhân tử để rút gọn; giới hạn cơ bản $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$. Hàm liên tục tại x_0 khi giới hạn bằng giá trị tại đó.

Kết luận: chọn C.

Mở đề bài / 查看题目