2026-10-22 CSCA30_De_01_Cau_004

Mã bài CSCA30_De_01_Cau_004
Đề 01 · Câu 004 · Ngày 2026-10-22
Chương 03 - Hàm số · Khó

Kết quả / 答案 C

解题步骤 · Lời giải tiếng Trung

第1步：由偶函数，$f(\log_5 \frac{1}{4}) = f(\log_5 4)$，三个自变量 $\log_5 4$、$2^{-3/2}$、$2^{-2/3}$ 都为正。
→ 原理：若定义域关于原点对称且 $f(-x) = f(x)$，则为偶函数（图像关于 y 轴对称）；若 $f(-x) = -f(x)$，则为奇函数（关于原点对称），奇函数在 0 处有定义时 $f(0) = 0$。
第2步：2^t 递增且 $-\frac{3}{2} < -\frac{2}{3}$，故 $2^{-3/2} < 2^{-2/3}$。
→ 原理：指数函数 a^x 与对数函数 $\log_a x$：$a > 1$ 时递增，$0 < a < 1$ 时递减；递增保持不等号方向，递减改变方向；指数函数值恒为正。
第3步：以 $\frac{2}{3}$ 为中间量：$2^{-2/3} < \frac{2}{3} \iff \frac{1}{4} < \frac{8}{27}$，成立；$\frac{2}{3} < \log_5 4 \iff 25 < 64$，成立。
→ 原理：难以直接比较时，可借助中间量（如 0、1）：若 $a < c < b$，则 $a < b$。
第4步：所以 $0 < 2^{-3/2} < 2^{-2/3} < \log_5 4$，又 f 在 $(0, +\infty)$ 上递减，得 $f(2^{-3/2}) > f(2^{-2/3}) > f(\log_5 \frac{1}{4})$。
→ 原理：导数符号决定单调性：$f'(x) > 0$ 递增，< 0 递减；导数由负变正处为极小值点。
结论：选 C。

Các bước giải · Lời giải tiếng Việt

Bước 1 – Dùng tính chẵn: $f(\log_5 \frac{1}{4}) = f(-\log_5 4) = f(\log_5 4)$. Cả ba đối số $\log_5 4$, $2^{-3/2}$, $2^{-2/3}$ đều dương.
→ Lý thuyết: Hàm f là hàm chẵn nếu tập xác định đối xứng qua 0 và $f(-x) = f(x)$ (đồ thị đối xứng qua Oy); là hàm lẻ nếu $f(-x) = -f(x)$ (đối xứng qua gốc O). Hàm lẻ xác định tại 0 thì $f(0) = 0$.
Bước 2 – So sánh $2^{-3/2}$ và $2^{-2/3}$: hàm 2^t đồng biến và $-\frac{3}{2} < -\frac{2}{3}$ nên $2^{-3/2} < 2^{-2/3}$.
→ Lý thuyết: Hàm mũ $y = a^x$ và hàm logarit $y = \log_a x$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$. Hàm đồng biến giữ nguyên chiều bất đẳng thức, hàm nghịch biến đảo chiều. Hàm mũ luôn có giá trị dương.
Bước 3 – So sánh $2^{-2/3}$ với $\log_5 4$ qua số trung gian $\frac{2}{3}$:
→ Lý thuyết: So sánh hai số khó so sánh trực tiếp bằng một số trung gian (như 0, 1, $\frac{2}{3}$): nếu $a < c$ và $c < b$ thì $a < b$.
• $2^{-2/3} < \frac{2}{3} \iff \frac{1}{4} < \frac{8}{27}$ (lập phương hai vế) – đúng vì $27 < 32$.
• $\frac{2}{3} < \log_5 4 \iff 5^{2/3} < 4 \iff 25 < 64$ – đúng.
Bước 4 – Do đó $0 < 2^{-3/2} < 2^{-2/3} < \log_5 4$. Vì f nghịch biến trên $(0, +\infty)$:
$f(2^{-3/2}) > f(2^{-2/3}) > f(\log_5 4) = f(\log_5 \frac{1}{4})$.
→ Lý thuyết: Dấu đạo hàm quyết định chiều biến thiên: $f'(x) > 0$ trên khoảng K thì f đồng biến trên K; $f'(x) < 0$ thì nghịch biến. Đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương tại x_0 thì x_0 là điểm cực tiểu.
Kết luận: chọn C.

Mở đề bài / 查看题目