2026-10-22 CSCA30_De_03_Cau_023

Mã bài CSCA30_De_03_Cau_023
Đề 03 · Câu 023 · Ngày 2026-10-22
Chương 03 - Hàm số · Khó

Kết quả / 答案 C

解题步骤 · Lời giải tiếng Trung

第1步：$y(x-1)=4x+1$。
→ 原理：换元法：用新变量代替复杂式子，化为熟悉的形式，注意新变量的取值范围。
第2步：$x(y-4)=y+1$，$x=\frac{y+1}{y-4}$。
→ 原理：求反函数：由 $y=f(x)$ 解出 x，再交换 x,y；单调函数才有反函数，二者图像关于 $y=x$ 对称。
第3步：$f^{-1}(x)=\frac{x+1}{x-4}$。
→ 原理：分式有意义的条件是分母不为 0，使分母为 0 的值必须排除。
第4步：验证 $f(2)=9$，$f^{-1}(9)=2$。
→ 原理：把结果代回原条件检验，是发现计算错误最快的方法。
说明：由 $y=\frac{4x+1}{x-1}$ 得 $x(y-4)=y+1$，故 $x=\frac{y+1}{y-4}$。交换变量得到 $f^{-1}(x)=\frac{x+1}{x-4}$，$x\neq 4$。
结论：选 C。

Các bước giải · Lời giải tiếng Việt

Bước 1 – Đặt $y=\frac{4x+1}{x-1}$. Nhân chéo: $y(x-1)=4x+1 \iff xy-y=4x+1$.
→ Lý thuyết: Phương pháp đặt ẩn phụ: thay một biểu thức phức tạp bằng một biến mới để đưa bài toán về dạng quen thuộc; nhớ ghi điều kiện của ẩn mới.
Bước 2 – Gom x: $x(y-4)=y+1 \Rightarrow x=\frac{y+1}{y-4}$ $(y\neq 4)$.
→ Lý thuyết: Tìm hàm ngược: từ $y=f(x)$ giải ra x theo y, rồi đổi tên $x \leftrightarrow y$. Hàm có hàm ngược khi nó đơn điệu (mỗi y ứng với đúng một x); đồ thị f và f^{-1} đối xứng qua đường $y=x$.
Bước 3 – Đổi tên biến: $f^{-1}(x)=\frac{x+1}{x-4}$, $x\neq 4$.
→ Lý thuyết: Phân thức chỉ có nghĩa khi mẫu khác 0; giá trị làm mẫu bằng 0 luôn bị loại khỏi tập xác định và tập nghiệm.
Bước 4 – Kiểm tra: $f(2)=9$, $f^{-1}(9)=\frac{10}{5}=2$.
→ Lý thuyết: Thử lại bằng cách thay kết quả vào điều kiện ban đầu là cách nhanh nhất để phát hiện sai sót tính toán.
Kết luận: chọn C.

Mở đề bài / 查看题目