2026-10-22 CSCA30_De_10_Cau_031

Mã bài CSCA30_De_10_Cau_031

Đề 10 · Câu 031 · Ngày 2026-10-22

Chương 06 - Lượng giác tổng hiệu góc · Khó

Kết quả / 答案 Thiếu miền góc / 角的范围不足

解题步骤 · Lời giải tiếng Trung

第1步：$\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$。

→ 原理：半角（降幂）公式：$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$，$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$，开方后符号由 $\frac{\alpha}{2}$ 所在象限决定。

第2步：只知终边在第二象限时符号不确定。

→ 原理：各象限符号（"一全正，二正弦，三正切，四余弦"）：第一象限全正，第二象限正弦为正，第三象限正切为正，第四象限余弦为正。

第3步：若 $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$，取正。

→ 原理：同上，半角（降幂）公式：$\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$，$\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$，开方后符号由 $\frac{\alpha}{2}$ 所在象限决定。

说明：半角公式给出 $\sin^2(\alpha/2)=(1-\cos\alpha)/2=3/4$。仅知终边在第二象限时，$\alpha=2\pi/3+2k\pi$，故 $\sin(\alpha/2)=(-1)^k\sqrt{3}/2$。B、C 均可能。若补充 $\pi/2<\alpha<\pi$，则半角在第一象限，可选 C。题目缺少确定符号所需的角范围。

结论：缺少角的范围；若 $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ 则选 C。

Các bước giải · Lời giải tiếng Việt

Bước 1 – $\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}=\frac{3}{4}$, $\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

→ Lý thuyết: Công thức hạ bậc (nửa góc): $\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$, $\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$. Khai căn xong, dấu của kết quả phụ thuộc góc phần tư của $\frac{\alpha}{2}$, không phải của α.

Bước 2 – Nếu chỉ biết tia cuối ở góc phần tư II: $\alpha=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$, khi đó $\frac{\alpha}{2}=\frac{\pi}{3}+k\pi$ và $\sin\frac{\alpha}{2}=(-1)^k\frac{\sqrt{3}}{2}$ – cả B và C đều có thể.

→ Lý thuyết: Dấu theo góc phần tư (nhớ "Nhất cả, nhị sin, tam tan, tứ cos"): góc phần tư I mọi giá trị dương; II chỉ $\sin$ dương; III chỉ $\tan$, $\cot$ dương; IV chỉ $\cos$ dương.

Bước 3 – Nếu bổ sung $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$: $\frac{\alpha}{2}\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$, lấy dấu dương.

→ Lý thuyết: nhắc lại – Công thức hạ bậc (nửa góc): $\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$, $\cos^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1+\cos\alpha}{2}$.

Nhận xét: Công thức nửa góc cho $\sin^2(\alpha/2)=(1-\cos\alpha)/2=3/4$. Nếu chỉ biết tia cuối thuộc góc phần tư II thì $\alpha=2\pi/3+2k\pi$, nên $\sin(\alpha/2)=(-1)^k\sqrt{3}/2$. B và C đều có thể xảy ra. Nếu bổ sung $\pi/2<\alpha<\pi$ thì nửa góc ở góc phần tư I và chọn C. Đề thiếu miền góc để xác định duy nhất dấu.

Kết luận: đề thiếu miền góc; với $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ chọn C.

Mở đề bài / 查看题目