2026-10-22 CSCA30_De_10_Cau_042

Mã bài CSCA30_De_10_Cau_042

Đề 10 · Câu 042 · Ngày 2026-10-22

Chương 07 - Dãy số · Khó

Kết quả / 答案 Thiếu điều kiện đầu / 缺少初始条件

解题步骤 · Lời giải tiếng Trung

第1步：$S_{n+1}=\frac{5}{3}S_n+1$。

→ 原理：递推数列：由已知项依次计算；有时构造新数列（如 $b_n=\frac{1}{a_n}$）转化为等差或等比数列。

第2步：$S_n+\frac{3}{2}=(a_1+\frac{3}{2})(\frac{5}{3})^{n-1}$。

→ 原理：等比数列通项 $a_n=a_1q^{n-1}$，公比 $q=\frac{a_{n+1}}{a_n}$；两项相除消去 a_1 求 q，注意 $q^2=4$ 时 $q=\pm2$。

第3步：结果依赖 a_1。

→ 原理：先明确条件和假设，它们决定未知数的取值范围，并用于最后排除不合理的结果。

第4步：若 $a_1=1$，$S_n=\frac{3}{2}(\frac{5}{3})^n-\frac{3}{2}$。

→ 原理：同上，等比数列通项 $a_n=a_1q^{n-1}$，公比 $q=\frac{a_{n+1}}{a_n}$；两项相除消去 a_1 求 q，注意 $q^2=4$ 时 $q=\pm2$。

说明：对 $n\ge1$，利用 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$ 得 $S_{n+1}=\frac{5}{3}S_n+1$，即 $S_{n+1}+\frac{3}{2}=\frac{5}{3}(S_n+\frac{3}{2})$。于是 $S_n=(a_1+\frac{3}{2})(\frac{5}{3})^{n-1}-\frac{3}{2}$。现有条件未确定 a_1，故存在无穷多个解。只有补充 $a_1=1$，或要求原关系在 $n=0$、$S_0=0$ 时也成立，才得到 $S_n=\frac{3}{2}(\frac{5}{3})^n-\frac{3}{2}$，对应 A。不能自行将关系扩展至 $n=0$；题目缺少初始条件。

结论：缺少初始条件；若 $a_1=1$ 则选 A。

Các bước giải · Lời giải tiếng Việt

Bước 1 – Với $n\ge1$: $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$, thay vào $2S_n=3(S_{n+1}-S_n)-3$: $S_{n+1}=\frac{5}{3}S_n+1$.

→ Lý thuyết: Dãy cho bởi hệ thức truy hồi: tính lần lượt từng số hạng từ các số hạng đã biết; đôi khi đặt dãy phụ (như $b_n=\frac{1}{a_n}$) để đưa về cấp số cộng hoặc cấp số nhân.

Bước 2 – Biến đổi: $S_{n+1}+\frac{3}{2}=\frac{5}{3}(S_n+\frac{3}{2})$, nên $S_n+\frac{3}{2}=(a_1+\frac{3}{2})(\frac{5}{3})^{n-1}$.

→ Lý thuyết: Cấp số nhân: $a_n=a_1q^{n-1}$, công bội $q=\frac{a_{n+1}}{a_n}$ không đổi; để tìm q, lấy thương hai số hạng để khử a_1. Chú ý $q^2=4$ cho hai khả năng $q=\pm2$.

Bước 3 – Kết quả phụ thuộc a_1 – đề thiếu điều kiện đầu.

→ Lý thuyết: Xác định rõ điều kiện và giả thiết trước khi tính: chúng quyết định miền giá trị của ẩn và giúp loại các kết quả không hợp lệ ở cuối bài.

Bước 4 – Nếu thêm $a_1=1$ (tương đương hệ thức đúng tại $n=0$ với $S_0=0$):
$S_n=\frac{5}{2}(\frac{5}{3})^{n-1}-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}(\frac{5}{3})^n-\frac{3}{2}$.

→ Lý thuyết: nhắc lại – Cấp số nhân: $a_n=a_1q^{n-1}$, công bội $q=\frac{a_{n+1}}{a_n}$ không đổi; để tìm q, lấy thương hai số hạng để khử a_1.

Nhận xét: Với $n\ge1$, từ $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n$ suy ra $S_{n+1}=\frac{5}{3}S_n+1$. Do đó $S_{n+1}+\frac{3}{2}=\frac{5}{3}(S_n+\frac{3}{2})$, nên $S_n=(a_1+\frac{3}{2})(\frac{5}{3})^{n-1}-\frac{3}{2}$. Dữ kiện chưa xác định a_1, nên có vô số tổng thỏa mãn. Chỉ khi bổ sung $a_1=1$, hoặc yêu cầu hệ thức đúng cả tại $n=0$ với $S_0=0$, mới có $S_n=\frac{3}{2}(\frac{5}{3})^n-\frac{3}{2}$, tức A. Không tự mở rộng hệ thức tới $n=0$; đề hiện thiếu điều kiện đầu.

Kết luận: đề thiếu điều kiện đầu; với $a_1=1$ chọn A.

Mở đề bài / 查看题目