2026-10-22 CSCA30_De_08_Cau_042

Mã bài CSCA30_De_08_Cau_042
Đề 08 · Câu 042 · Ngày 2026-10-22
Chương 08 - Số phức · Khó

Kết quả / 答案 A

解题步骤 · Lời giải tiếng Trung

第1步：$1+z+z^2=0$。
→ 原理：$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
第2步：前 999 项分 333 组，每组和为 0。
→ 原理：同上，$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
第3步：剩下 $z^{999}=1$。
→ 原理：同上，$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
第4步：总和为 1。
→ 原理：继续运用：$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
说明：由 $(z-1)(z^2+z+1)=0$ 得 $1+z+z^2=0$。前 999 项可分成 333 个和为零的三项组，剩余 $z^{999}=1$，故总和为 1。
结论：选 A。

Các bước giải · Lời giải tiếng Việt

Bước 1 – $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ và $z\neq 1$ nên $1+z+z^2=0$.
→ Lý thuyết: Với $z^3=1$, $z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Bước 2 – Tổng $1+z+\cdots+z^{999}$ có 1000 số hạng. Nhóm 999 số hạng đầu thành 333 nhóm $z^{3k}(1+z+z^2)=0$.
→ Lý thuyết: nhắc lại – Với $z^3=1$, $z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Bước 3 – Còn lại $z^{999}=(z^3)^{333}=1$.
→ Lý thuyết: nhắc lại – Với $z^3=1$, $z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Bước 4 – Tổng bằng 1.
→ Lý thuyết: tiếp tục áp dụng – Với $z^3=1$, $z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Kết luận: chọn A.

Mở đề bài / 查看题目