2026-10-22 CSCA30_De_12_Cau_048

Mã bài CSCA30_De_12_Cau_048
Đề 12 · Câu 048 · Ngày 2026-10-22
Chương 08 - Số phức · Khó

Kết quả / 答案 A

解题步骤 · Lời giải tiếng Trung

第1步：$1+z+z^2=0$。
→ 原理：$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
第2步：共 1002 项。
→ 原理：把已求得的值代入上一步的公式，按先乘方、再乘除、后加减的顺序仔细计算，并约分到最简。
第3步：分成 334 组，每组和为 0。
→ 原理：同上，$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
第4步：总和为 0。
→ 原理：继续运用：$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
说明：由 $(z-1)(z^2+z+1)=z^3-1=0$ 且 $z\neq 1$，得 $1+z+z^2=0$。各幂以3为周期，1002 项可分成 334 个和为零的三项组。所以总和为 0。
结论：选 A。

Các bước giải · Lời giải tiếng Việt

Bước 1 – $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$, $z\neq 1$ nên $1+z+z^2=0$.
→ Lý thuyết: Với $z^3=1$, $z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Bước 2 – Tổng $1+z+\cdots+z^{1001}$ có $1002=3\cdot 334$ số hạng.
→ Lý thuyết: Thay các giá trị đã có vào công thức của bước trước và tính toán cẩn thận theo thứ tự: lũy thừa, rồi nhân – chia, cuối cùng cộng – trừ; rút gọn phân số về tối giản.
Bước 3 – Chia thành 334 nhóm $z^{3k}(1+z+z^2)=0$.
→ Lý thuyết: nhắc lại – Với $z^3=1$, $z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Bước 4 – Tổng bằng 0.
→ Lý thuyết: tiếp tục áp dụng – Với $z^3=1$, $z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Nhận xét: Từ $(z-1)(z^2+z+1)=z^3-1=0$ và $z\neq 1$, suy ra $1+z+z^2=0$. Các lũy thừa lặp lại theo chu kỳ 3; 1002 số hạng chia thành 334 nhóm ba số hạng có tổng 0. Vì vậy tổng bằng 0.
Kết luận: chọn A.

Mở đề bài / 查看题目