2026-10-22 CSCA30_De_16_Cau_048

Mã bài CSCA30_De_16_Cau_048
Đề 16 · Câu 048 · Ngày 2026-10-22
Chương 08 - Số phức · Khó

Kết quả / 答案 A

解题步骤 · Lời giải tiếng Trung

第1步：$1+z+z^2=0$。
→ 原理：$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
第2步：前 999 项和为 0。
→ 原理：同上，$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
第3步：剩下 $z^{999}+z^{1000}=1+z$。
→ 原理：同上，$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
说明：由 $(z-1)(z^2+z+1)=0$ 且 $z\neq 1$ 得 $1+z+z^2=0$。各幂以3为周期重复，总共有 $1001=3\cdot 333+2$ 项。将前 333 个三项组分别求和，均为0，剩余部分给出结果 $1+z$。
结论：选 A。

Các bước giải · Lời giải tiếng Việt

Bước 1 – $z^3=1, z\neq 1\Rightarrow 1+z+z^2=0$.
→ Lý thuyết: Với $z^3=1, z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Bước 2 – Tổng $1+z+\cdots+z^{1000}$ có 1001 số hạng: 999 số hạng đầu chia 333 nhóm, mỗi nhóm có tổng 0.
→ Lý thuyết: nhắc lại – Với $z^3=1, z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Bước 3 – Còn lại $z^{999}+z^{1000}=1+z$.
→ Lý thuyết: nhắc lại – Với $z^3=1, z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Nhận xét: Từ $(z-1)(z^2+z+1)=0$ và $z\neq 1$ suy ra $1+z+z^2=0$. Các lũy thừa lặp lại theo chu kỳ 3; tổng có $1001=3\cdot 333+2$ số hạng. Gom 333 nhóm ba số hạng đều có tổng 0, phần còn lại cho kết quả $1+z$.
Kết luận: chọn A.

Mở đề bài / 查看题目