2026-10-22 CSCA30_De_26_Cau_048

Mã bài CSCA30_De_26_Cau_048
Đề 26 · Câu 048 · Ngày 2026-10-22
Chương 08 - Số phức · Trung bình

Kết quả / 答案 D

解题步骤 · Lời giải tiếng Trung

第1步：$1+z+z^2=0$。
→ 原理：$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
第2步：剩 $z^{999}=1$。
→ 原理：同上，$z^3=1$ 且 $z\neq 1$ 时 $1+z+z^2=0$，连续三项之和为 0，只需看余下的项。
说明：由 $z^3-1=(z-1)(1+z+z^2)=0$ 且 $z\neq 1$，得 $1+z+z^2=0$。各幂以3为周期重复，总共有 1000 项。前999项可分为333组，每组和为 0，余项 $z^{999}=(z^3)^{333}=1$，故总和为 1。
结论：选 D。

Các bước giải · Lời giải tiếng Việt

Bước 1 – $1+z+z^2=0$.
→ Lý thuyết: Với $z^3=1$, $z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Bước 2 – 1000 số hạng: 999 số hạng đầu tổng 0, còn $z^{999}=1$.
→ Lý thuyết: nhắc lại – Với $z^3=1$, $z\neq 1$: từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$, nên cứ ba lũy thừa liên tiếp $z^k+z^{k+1}+z^{k+2}=z^k(1+z+z^2)=0$; chỉ cần đếm số hạng dư.
Nhận xét: Từ $z^3-1=(z-1)(1+z+z^2)=0$ và $z\neq 1$, suy ra $1+z+z^2=0$. Các lũy thừa lặp lại theo chu kỳ 3; tổng có 1000 số hạng. 999 số hạng đầu ghép thành 333 nhóm có tổng 0, còn $z^{999}=(z^3)^{333}=1$. Vì vậy tổng bằng 1.
Kết luận: chọn D.

Mở đề bài / 查看题目