CSCA đơn giản - Giải chi tiết CSCA 数学 (2026.06) – 真题

Câu 1

1. 若集合 $\mathbf{A}=\{\mathbf{x}\mid \mathbf{x}^2=\mathbf{1}\}$，则下列表示正确的是（ ）

(A) $1\subseteq A$

(B) $A=\{1\}$

(C) $A=-1$

(D) $\{1\}\subseteq A$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Tập hợp cho bởi tính chất đặc trưng: giải điều kiện để liệt kê phần tử. Ký hiệu $\in$: phần tử thuộc tập; $\subseteq$: tập con.

Lời giải

Bước 1: $x^2=1 \iff x=\pm 1$, nên $A=\{-1,1\}$.

Bước 2: (A) sai: 1 là phần tử, phải viết $1\in A$. (B) sai: thiếu -1. (C) sai: A là tập hợp, không bằng số -1.

Bước 3: (D) $\{1\}\subseteq A$ đúng vì $1\in A$.

Kết luận: Chọn D.

Câu 2

2. 若集合 $\mathbf{A}=\{\mathbf{1},\mathbf{2},\mathbf{3}\},\mathbf{B}=\{\mathbf{2},\mathbf{3},\ldots,\mathbf{2026}\}$，则$\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=(\ )$

(A) $\{2,3\}$

(B) $\{1,2,\cdots,2026\}$

(C) $\{2,3,\cdots,2026\}$

(D) $[2,3]$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• $A\cap B$ gồm các phần tử chung.

Lời giải

Bước 1: $A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,3,\ldots,2026\}$: phần tử chung là 2 và 3 (số $1\notin B$).

→ (D) $[2,3]$ là đoạn số thực, không phải tập $\{2,3\}$.

Kết luận: $\{2,3\}$, chọn A.

Câu 3

3. 一元一次不等式 $(x+4)(x-2)<0$ 的解集为（ ）

(A) $(-\infty,2)\cup(-4,+\infty)$

(B) $(2,+\infty)$

(C) $(-\infty,-4)\cup(2,+\infty)$

(D) $(-4,2)$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Tích hai thừa số âm khi hai thừa số trái dấu; với tam thức $a>0$: âm giữa hai nghiệm.

Lời giải

Bước 1: Nghiệm: $x=-4$ và $x=2$.

Bước 2: $(x+4)(x-2)<0 \iff -4<x<2$.



Kết luận: $(-4,2)$, chọn D.

Câu 4

4. 函数$y=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x-3}$的定义域为（ ）

(A) $\{1,2,3\}$

(B) $(-\infty,1)\cup(1,2)\cup(2,3)\cup(3,+\infty)$

(C) $\mathbb{R}$

(D) $[1,3]$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Mỗi phân thức cần mẫu khác 0; tập xác định là giao các điều kiện.

Lời giải

Bước 1: $x \neq 1, x \neq 2, x \neq 3$.

Bước 2: Tập xác định: $(-\infty, 1) \cup (1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$.

Kết luận: Chọn B.

Câu 5

5. 若点 P(x, y)位于二象限，则点 Q(2x, 3y) 位于（ ）

(A) 第一象限

(B) 第四象限

(C) 第二象限

(D) 第三象限

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Nhân toạ độ với số dương không đổi dấu toạ độ, nên điểm vẫn ở cùng góc phần tư.

Lời giải

Bước 1: P ở góc phần tư II: $x < 0, y > 0$.

Bước 2: $2x < 0$, $3y > 0$: $Q(2x, 3y)$ cũng ở góc phần tư II.

Kết luận: Chọn C.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 6

6. 下列结果正确的是（ ）

(A) $\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

(B) $\tan\frac{\pi}{3}=2$

(C) $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$

(D) $\sin\pi=1$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• $\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$, $\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$, $\sin\pi=0$.

Lời giải

Bước 1: (A) sai ($\frac{\sqrt{3}}{2}$); (B) sai ($\sqrt{3}$); (D) sai (0).

Bước 2: (C) $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$ đúng.

Kết luận: Chọn C.

Câu 7

7. 下列关于奇函数 $y=f(x)$说法不正确的是（ ）

(A) 函数的图像关于原点成对称

(B) 在函数的定义域内，$f(-x)=-f(x)$

(C) 在函数的定义域内，$f(-x)=f(x)$

(D) 函数的定义域关于原点对称

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Hàm lẻ: tập xác định đối xứng, $f(-x)=-f(x)$, đồ thị đối xứng qua gốc O. Hàm chẵn: $f(-x)=f(x)$, đồ thị đối xứng qua Oy.

Lời giải

Bước 1: (A), (B), (D) là các tính chất của hàm lẻ.

Bước 2: (C) $f(-x)=f(x)$ là tính chất của hàm chẵn, nên khẳng định này không đúng với hàm lẻ.

Kết luận: Chọn C.

Câu 8

8. 函数 $y=2x,\ x\in[-1,1]$的反函数是（ ）

(A) $y=\frac{x}{2},\ x\in[-2,2]$

(B) $y=\frac{x}{2},\ x\in[-1,1]$

(C) $y=2x,\ x\in[-1,1]$

(D) $y=\frac{x}{2}$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Tập xác định của hàm ngược là tập giá trị của hàm ban đầu.

Lời giải

Bước 1: $y=2x\Rightarrow x=\frac{y}{2}$; đổi chỗ: $y=\frac{x}{2}$.

Bước 2: Với $x\in[-1,1]$ thì $2x\in[-2,2]$, nên hàm ngược xác định trên $[-2,2]$.

Kết luận: $y=\frac{x}{2}$, $x\in[-2,2]$, chọn A.

Câu 9

9. 下列函数中单调递减的是（ ）

(A) $y=x^2-1$

(B) $y=\cos x$

(C) $y=e^{-x}$

(D) $y=100^x$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• $y=a^x$ nghịch biến khi $0<a<1$; $e^{-x}=\left(\frac{1}{e}\right)^x$ với $\frac{1}{e}<1$.

Lời giải

Bước 1: (A) parabol lên xuống; (B) $\cos x$ dao động; (D) 100^x đồng biến.

Bước 2: (C) $e^{-x} = \left(\frac{1}{e}\right)^x$, cơ số $\frac{1}{e} \approx 0{,}37 < 1$: nghịch biến.

Kết luận: Chọn C.

Câu 10

10. 分式不等式 $-\frac{2}{x-2} \leq 0$ 的解集为（ ）

(A) $(-\infty, 2]$

(B) $(-\infty, 2)$

(C) $(2, +\infty)$

(D) $[0,2]$

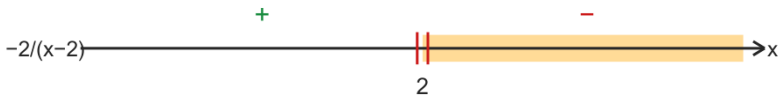
Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Phân thức có tử là hằng số âm: $\frac{-2}{x-2} \leq 0 \iff x - 2 > 0$ (mẫu phải dương, và khác 0). Dấu bằng không xảy ra vì tử khác 0.

Lời giải

Bước 1: $-\frac{2}{x-2} \leq 0 \iff \frac{2}{x-2} \geq 0 \iff x - 2 > 0 \iff x > 2.$



→ Bảng đáp án tham khảo ghi B $(-\infty, 2)$, không đúng: với $x < 2$ thì $x - 2 < 0$ và $-\frac{2}{x-2} > 0$, không thoả bất phương trình. Thử $x = 0$: $-\frac{2}{-2} = 1 > 0$.

Kết luận: $(2, +\infty)$, chọn C.

Câu 11

11. 下列点位于第三象限的是（ ）

(A) $(-1,2)$

(B) $(1,2)$

(C) $(-1,-2)$

(D) $(1,-2)$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Góc phần tư III: $x < 0, y < 0$.

Lời giải

Bước 1: Xét dấu toạ độ: $(-1, 2)$ thuộc II, $(1, 2)$ thuộc I, $(1, -2)$ thuộc IV; chỉ $(-1, -2)$ có cả hai toạ độ âm.

Kết luận: $(-1, -2)$, chọn C.

Câu 12

12. 已知 a, b 和 c 构成等比数列并且满足 a.c = 100，则 b = ( )

(A) 10

(B) ± 10

(C) 100

(D) ± 100

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• a, b, c lập thành cấp số nhân thì $b^2 = ac$ (số hạng giữa là trung bình nhân), b có thể âm hoặc dương.

Lời giải

Bước 1: $b^2 = ac = 100 \Rightarrow b = \pm 10$.

Kết luận: $b = \pm 10$, chọn B.

Câu 13

13. 若直线经过点$(-1, 1)$ 和 $(0, 2)$, 则直线的倾斜角为 （ ）

(A) 45°

(B) 135°

(C) 60°

(D) 30°

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$.

Lời giải

Bước 1: $k = \frac{2-1}{0-(-1)} = 1$.

Bước 2: $\tan\alpha = 1$, $\alpha \in [0^\circ, 180^\circ)$ nên $\alpha = 45^\circ$.

Kết luận: 45°, chọn A.

Câu 14

14. 若点 $P(1,2)$ 是角 α的终边上的点，则$\sin\alpha = (\ )$

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• $\sin\alpha = \frac{y}{r}$, $r = \sqrt{x^2+y^2}$.

Lời giải

Bước 1: $r = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$.

Bước 2: $\sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Kết luận: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, chọn B.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 15

15. 经过点 $A(-1,1)$, $B(2,3)$ 的直线的斜率为（ ）

(A) $\frac{3}{2}$

(B) $-\frac{3}{2}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $-\frac{2}{3}$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• $k=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

Lời giải

Bước 1: $k=\frac{3-1}{2+1}=\frac{2}{3}$.

Kết luận: $\frac{2}{3}$, chọn C.

Câu 16

16. 已知 $\{a_n\}$是等差数列，而且 $a_1=1$, $d=2$，则 $a_9=$( )

(A) 17

(B) 19

(C) 18

(D) 20

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• $a_n=a_1+(n-1)d$.

Lời giải

Bước 1: $a_9=1+8\cdot 2=17$.

Kết luận: 17, chọn A.

Câu 17

17. 点 P(a, b)到点 Q(a + 1, b − 1)的距离为（ ）

(A) 2

(B) $\sqrt{(2a+1)^2+(2b-1)^2}$

(C) $\sqrt{2}$

(D) 4

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• $PQ=\sqrt{(x_Q-x_P)^2+(y_Q-y_P)^2}$; các tham số a, b triệt tiêu khi lấy hiệu.

Lời giải

Bước 1: $x_Q-x_P=1, y_Q-y_P=-1$.

Bước 2: $PQ=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$.

Kết luận: $\sqrt{2}$, chọn C.

Câu 18

18. 过原点并且斜率为 2 的直线方程是（ ）

(A) y = 2x

(B) y = x + 2

(C) y = x

(D) y = 2x + 2

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Đường thẳng qua gốc toạ độ với hệ số góc k: $y=kx$.

Lời giải

Bước 1: $y=2x$ (kiểm tra: qua $(0,0)$ và có hệ số góc 2).

Kết luận: Chọn A.

Câu 19

19. 圆心为 (2, 5), 半径为 5 的圆方程是（ ）

(A) $(x-2)^2+(y-5)^2=5$

(B) $(x-2)^2+(y-5)^2=25$

(C) $(x+2)^2+(y+5)^2=25$

(D) $(x-5)^2+(y-2)^2=25$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

Lời giải

Bước 1: Tâm $(2,5)$, $R=5$: $(x-2)^2+(y-5)^2=25$.

Kết luận: Chọn B.

Câu 20

20. 若 $\cos^2\alpha=\frac{1}{2}$，则 $\tan\alpha=$（ ）

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 2

(C) ±1

(D) 1

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$; $\tan^2\alpha=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$. Khi chỉ biết $\cos^2\alpha$, $\tan\alpha$ có thể âm hoặc dương.

Lời giải

Bước 1: $\cos^2\alpha=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$.

Bước 2: $\tan^2\alpha=\frac{1/2}{1/2}=1\Rightarrow\tan\alpha=\pm1$ (ví dụ $\alpha=45^\circ$ hoặc $\alpha=135^\circ$).

Kết luận: $\tan\alpha=\pm1$, chọn C.

Câu 21

21. 已知等比数列 $\{a_n\}$的通项公式为 $a_n = 2 \times (-1)^{n+1}$, 则（ ）

(A) 数列的前 10 项和等于 0

(B) 数列的首项 $a_1 = -2$

(C) 数列的 100 项 $a_{100} = 2$

(D) 数列的公比 $q = -2$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Với công bội $q = -1$ các số hạng đan dấu $a, -a, a, -a, \ldots$; tổng của một số chẵn số hạng bằng 0.

Lời giải

Bước 1: $a_1 = 2 \cdot (-1)^2 = 2$, $a_2 = 2 \cdot (-1)^3 = -2$; công bội $q = -1$.

Bước 2: $S_{10} = (2-2) + (2-2) + \cdots = 0$ (5 cặp): (A) đúng.

Bước 3: (B) sai ($a_1 = 2$); (C) sai ($a_{100} = 2 \cdot (-1)^{101} = -2$); (D) sai ($q = -1$).

Kết luận: Chọn A.

Câu 22

22. 已知 $a > b$, $c \in \mathbb{R}$，则（ ）

(A) $ac > bc$

(B) $a^2 > b^2$

(C) $a + c > b + c$

(D) $|a| > |b|$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Cộng cùng số vào hai vế bất đẳng thức giữ nguyên chiều; nhân với c, bình phương, lấy giá trị tuyệt đối không bảo toàn thứ tự nếu không có điều kiện dấu.

Lời giải

Bước 1: (A) sai khi $c \leq 0$; (B), (D) sai với $a = 1, b = -2$.

Bước 2: (C) đúng với mọi c.

Kết luận: Chọn C.

Câu 23

23. 下列关于函数$y = x^4$说法正确的是（　）

(A) 该函数的图像关于 y 轴对称

(B) 该函数在定义域上单调递增

(C) 该函数的图像关于原点对称

(D) 该函数在定义域上单调递减

Đáp án: A

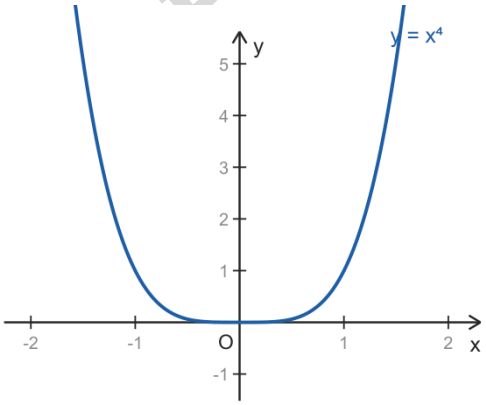
Lý thuyết cần nhớ

• $y = x^4$ là hàm chẵn ($(-x)^4 = x^4$): đồ thị đối xứng qua trục Oy; nghịch biến trên $(-\infty, 0]$ và đồng biến trên $[0, +\infty)$.

Lời giải

Bước 1: (A) đúng vì hàm chẵn.

Bước 2: (B), (D) sai vì hàm không đơn điệu trên toàn tập xác định; (C) sai vì đồ thị không đối xứng qua gốc (hàm không lẻ).



Kết luận: Chọn A.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 24

24. 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_1=1$，$a_2=3$，则 $a_5=$（ ）

(A) 5

(B) 11

(C) 9

(D) 7

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• $d=a_2-a_1, a_5=a_1+4d.$

Lời giải

Bước 1: $d=2, a_5=1+8=9.$

Kết luận: 9, chọn C.

Câu 25

25. 若$sin^2\alpha=\frac{1}{4}$，则 $\cos 2\alpha=$（ ）

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{7}{8}$

(D) $-\frac{7}{8}$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha.$

Lời giải

Bước 1: $\cos 2\alpha=1-2\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{2}.$

Kết luận: $\frac{1}{2}$, chọn A.

Câu 26

26. 已知直线 l_1: y=x+3，直线 l_2 经过点 A(1,0)和 B(0,1)，则直线 l_1 和直线 l_2 交点为( )

(A) $(-2,1)$

(B) $(0,3)$

(C) $(-1,2)$

(D) $\left(-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right)$

Đáp án: C

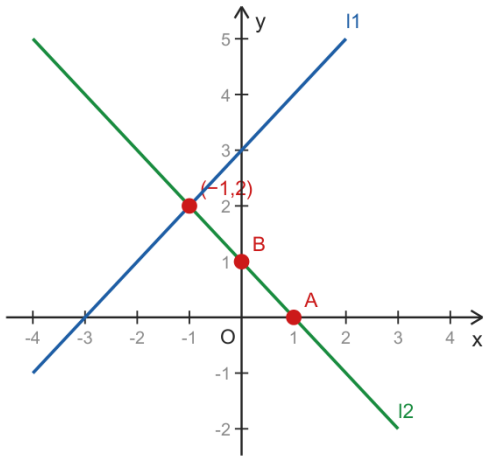
Lý thuyết cần nhớ

• Đường thẳng qua $(1,0)$ và $(0,1)$ (chắn hai trục): $\frac{x}{1}+\frac{y}{1}=1$, tức $x+y=1$. Giao điểm: giải hệ.

Lời giải

Bước 1: l_2: $x+y=1 \iff y=1-x$.

Bước 2: Thế vào l_1: $1-x=x+3 \iff -2x=2 \iff x=-1, y=2$.



Kết luận: $(-1,2)$, chọn C.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 27

27. 若圆过点 $A(2,2)$，圆心为 $(2,0)$，则该圆的方程为（）

(A) $(x-2)^2+y^2=2$

(B) $(x-2)^2+y^2=4$

(C) $(x-2)^2+(y-2)^2=4$

(D) $x^2+(y-2)^2=2$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Bán kính bằng khoảng cách từ tâm đến điểm thuộc đường tròn.

Lời giải

Bước 1: $R=\sqrt{(2-2)^2+(2-0)^2}=2$.

Bước 2: $(x-2)^2+y^2=4$.

Kết luận: Chọn B.

Câu 28

28. 双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 的焦点为（）

(A) $(0,\pm5)$

(B) $(\pm5,0)$

(C) $(\pm25,0)$

(D) $(0,\pm25)$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Hypebol $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$: tiêu điểm $(\pm c,0)$, $c^2=a^2+b^2$.

Lời giải

Bước 1: $c^2=16+9=25\Rightarrow c=5$.

Bước 2: Tiêu điểm $(\pm5,0)$ (trên trục Ox vì x^2 mang dấu dương).

Kết luận: Chọn B.

Câu 29

29. $\dfrac{\log_5 8}{\log_{25} 4} + \log_5 1 = (\,)$

(A) 2

(B) 4

(C) 0

(D) 3

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• $\log_a 1 = 0$; đổi cơ số $\log_{25} 4 = \frac{\log_5 4}{\log_5 25} = \frac{\log_5 4}{2}$; $\log_a b^n = n \log_a b$.

Lời giải

Bước 1: $\log_5 8 = 3\log_5 2$; $\log_{25} 4 = \frac{2\log_5 2}{2} = \log_5 2$.

Bước 2: $\frac{\log_5 8}{\log_{25} 4} = \frac{3\log_5 2}{\log_5 2} = 3$; cộng $\log_5 1 = 0$ được 3.

Kết luận: 3, chọn D.

Câu 30

30. 若数列 $\{a_n\}$是$\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, …, 则通项 a_n = ( )

(A) $\frac{1}{2^{n-1}}$

(B) $(-1)^n \frac{1}{2^n}$

(C) $(-1)^{n-1} \frac{1}{2^n}$

(D) $\frac{1}{2^n}$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Dấu $+, -, +, \ldots$ ứng với $(-1)^{n-1}$; mẫu 2^n.

Lời giải

Bước 1: $a_n = (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{2^n}$; kiểm tra $a_2 = -\frac{1}{4}$, $a_3 = \frac{1}{8}$.

Kết luận: Chọn C.

Câu 31

31. 下列关于函数 y = cosx 说法正确的是（）

(A) 该函数有无穷多的零点

(B) $\cos\pi = \cos 2\pi$

(C) 该函数的图像关于原点对称

(D) 该函数在 $[2\pi, 3\pi]$上单调上升

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• $\cos x = 0 \iff x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$): vô số nghiệm. cos là hàm chẵn (đối xứng qua Oy), nghịch biến trên $[2k\pi, 2k\pi + \pi]$.

Lời giải

Bước 1: (A) đúng: vô số điểm không $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Bước 2: (B) sai: $\cos\pi = -1 \neq \cos 2\pi = 1$. (C) sai: đối xứng qua Oy, không qua O. (D) sai: trên $[2\pi, 3\pi]$ hàm giảm từ 1 xuống -1.

Kết luận: Chọn A.

Câu 32

32. 关于抛物线 $y = \frac{x^2}{4}$,下列说法正确的是（）

(A) 该抛物线经过点 $(4, -4)$

(B) 焦点坐标为 $(0, \pm 1)$

(C) 准线方程为 $y = -1$

(D) 对称轴为 $y = 0$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Parabol $x^2 = 2py$: tiêu điểm $\left(0, \frac{p}{2}\right)$, đường chuẩn $y = -\frac{p}{2}$, trục đối xứng $x = 0$ (trục Oy).

Lời giải

Bước 1: $y = \frac{x^2}{4} \iff x^2 = 4y$, $2p = 4$, $\frac{p}{2} = 1$: tiêu điểm $(0, 1)$, đường chuẩn $y = -1$.

Bước 2: (A) sai: $x = 4$ cho $y = 4 \neq -4$. (B) sai: chỉ một tiêu điểm $(0, 1)$. (D) sai: trục đối xứng là $x = 0$.

Kết luận: Đường chuẩn $y=-1$, chọn C.

Câu 33

33. 关于三条直线 $l_1: x+2y+1=0$, $l_2: x-y=0$, $l_3: 2x-y+8=0$, 下列说法正确的是（）

(A) l_1与 l_3平行

(B) l_1与 l_3垂直

(C) l_1与 l_2平行

(D) l_1与 l_2垂直

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Song song: cùng hệ số góc; vuông góc: $k_1k_2=-1$. Hệ số góc của $ax+by+c=0$ là $-\frac{a}{b}$.

Lời giải

Bước 1: $k_1=-\frac{1}{2}$, $k_2=1$, $k_3=2$.

Bước 2: $k_1k_3=-\frac{1}{2}\cdot 2=-1$: $l_1\perp l_3$. Các cặp khác không song song, không vuông góc ($k_1k_2=-\frac{1}{2}$).

Kết luận: Chọn B.

Câu 34

34. 已知 $\tan\frac{\pi}{4}=1, \tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}, \tan\frac{\pi}{12}=$（ ）

(A) $2-\sqrt{3}$

(B) $1+\frac{\sqrt{3}}{3}$

(C) $2+\sqrt{3}$

(D) $1-\frac{\sqrt{3}}{3}$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• $\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b}$; $\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Bước 1: $\tan\frac{\pi}{12}=\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}=\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$.

Bước 2: Nhân tử và mẫu với $3-\sqrt{3}$: $\frac{(3-\sqrt{3})^2}{9-3}=\frac{12-6\sqrt{3}}{6}=2-\sqrt{3}$.

Kết luận: $2-\sqrt{3}$, chọn A.

Câu 35

35. 函数$y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x-2}+3logx$ 的定义域是（）

(A) $(-3,0)\cup(0,2)\cup(2,+\infty)$

(B) $[-3,+\infty)$

(C) $[-3,0)\cup(0,2)\cup(2,+\infty)$

(D) $(0,2)\cup(2,+\infty)$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Căn bậc hai: biểu thức dưới căn ≥ 0; mẫu $\neq 0$; logarit: biểu thức >0. Lấy giao các điều kiện.

Lời giải

Bước 1: $\sqrt{x+3}$: $x\geq -3$; mẫu $x-2\neq 0$: $x\neq 2$; $\log x$: $x>0$.

Bước 2: Giao: $x>0$ và $x\neq 2$, tức $(0,2)\cup(2,+\infty)$ (điều kiện $x\geq -3$ tự động thoả).

Kết luận: Chọn D.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 36

36. 若$\alpha \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$，且$\cos\alpha = \frac{3}{5}$，则$\sin\frac{\alpha}{2} =$（ ）

(A) $\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$

(B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(C) $\pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$

(D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$; dấu của $\sin\frac{\alpha}{2}$ theo khoảng của $\frac{\alpha}{2}$.

Lời giải

Bước 1: $\alpha \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right] \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \in \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right]$ (góc phần tư II) nên $\sin\frac{\alpha}{2} \geq 0$.

Bước 2: $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\frac{3}{5}}{2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ (chỉ lấy dấu dương).

Kết luận: $\frac{\sqrt{5}}{5}$, chọn B.

Câu 37

37. 关于诱导公式，下列表达式正确的是（ ）

(A) $\cos(2\pi-\alpha) = \cos\alpha$

(B) $\tan(\pi+\alpha) = -\tan\alpha$

(C) $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \sin\alpha$

(D) $\sin(\pi+\alpha) = \sin\alpha$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• $\cos(2\pi-\alpha) = \cos\alpha$; $\tan(\pi+\alpha) = \tan\alpha$; $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = \cos\alpha$; $\sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha$.

Lời giải

Bước 1: (B) sai (không có dấu trừ); (C) sai (bằng $\cos\alpha$); (D) sai (bằng $-\sin\alpha$).

Bước 2: (A) đúng.

Kết luận: Chọn A.

Câu 38

38. 已知$\cos\alpha = -\frac{1}{2}, \alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则$\sin\frac{\alpha}{2}$的值是（ ）

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$; $\frac{\alpha}{2} \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\sin\frac{\alpha}{2} > 0$.

Lời giải

Bước 1: $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Kết luận: $\frac{\sqrt{3}}{2}$, chọn D.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 39

39. 下列关于函数 y = tan(-2x) 的说法，正确的是（ ）

(A) 该函数定义域是$\mathbb{R}$

(B) 该函数在$\left(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right)$上是单调递减

(C) 该函数的最小正周期为π

(D) 该函数在定义域上有界

Đáp án: B

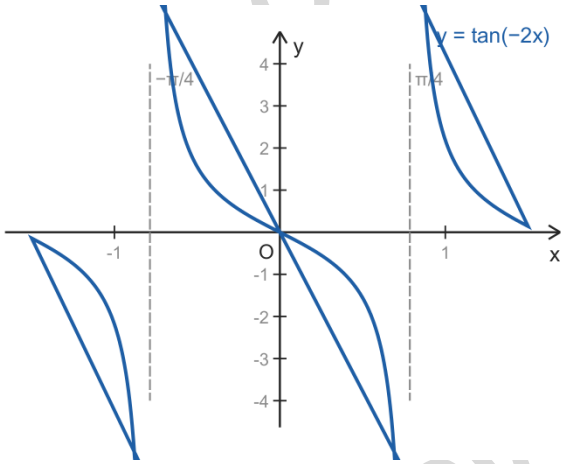
Lý thuyết cần nhớ

• $\tan(-u) = -\tan u$. Hàm $y = \tan(2x)$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ và có chu kì $\frac{\pi}{2}$; tập xác định $2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$; tập giá trị $\mathbb{R}$ (không bị chặn).

Lời giải

Bước 1: $y = \tan(-2x) = -\tan 2x$. Trên $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$, $\tan 2x$ đồng biến nên $-\tan 2x$ nghịch biến: (B) đúng.

Bước 2: (A) sai: không xác định tại $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$. (C) chu kì nhỏ nhất là $\frac{\pi}{2}$. (D) sai: hàm không bị chặn.



Kết luận: Chọn B.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 40

40. 若椭圆 C 的中心在原点，焦点在 y 轴上，焦距为 4，离心率为 $\frac{2}{3}$，则椭圆 C 的方程是( )

(A) $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{12}=1$

(B) $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$

(C) $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{8}=1$

(D) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Elip tiêu điểm trên Oy: $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$; $2c$ là tiêu cự, $e=\frac{c}{a}$, $b^2=a^2-c^2$.

Lời giải

Bước 1: $c=2$, $e=\frac{2}{3}\Rightarrow a=3$, $b^2=9-4=5$.

Bước 2: $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{9}=1$.

Kết luận: Chọn B.

Câu 41

41. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^3+n^2+n$，则通项 $a_n=$ (　　)

(A) n^2+n+1

(B) $3n^2+2n+1$

(C) $3n^2-n+1$

(D) $3n^2+n+1$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• $a_n=S_n-S_{n-1}$ $(n\geq 2)$, kiểm tra lại với $a_1=S_1$.

Lời giải

Bước 1:

$S_{n-1} = (n-1)^3 + (n-1)^2 + (n-1) = n^3 - 3n^2 + 3n - 1 + n^2 - 2n + 1 + n - 1 = n^3 - 2n^2 + 2n - 1.$

Bước 2: $a_n = S_n - S_{n-1} = (n^3 + n^2 + n) - (n^3 - 2n^2 + 2n - 1) = 3n^2 - n + 1.$

Bước 3: Kiểm tra $n = 1$: $a_1 = S_1 = 3$ và $3 - 1 + 1 = 3$ (đúng với mọi n).

Kết luận: $a_n = 3n^2 - n + 1$, chọn C.

Câu 42

42. 关于对数函数下面说法正确的是 (　　)

(A) 若 $\log_a x > \log_b x$，则 $a > b$

(B) $\log_{100} 10 = \log_{10} 1$

(C) 若 $\log_a x > \log_a x^2$ （$a > 1$），则 $0 < x < 1$

(D) $\log_2 3 < \log_3 5$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Với $a > 1$, $\log_a$ đồng biến: $\log_a u > \log_a v \iff u > v > 0$. $\log_{100} 10 = \frac{1}{2}$, $\log_{10} 1 = 0$. $\log_2 3 \approx 1{,}58$, $\log_3 5 \approx 1{,}46$.

Lời giải

Bước 1: (C): $\log_a x > \log_a x^2$ với $a > 1$ cho $x > x^2$ và $x > 0$, tức $0 < x < 1$: đúng.

Bước 2: (A) sai: so sánh $\log_a x$ và $\log_b x$ còn phụ thuộc $x > 1$ hay $x < 1$. (B) sai: $\frac{1}{2} \neq 0$. (D) sai: $\log_2 3 > \frac{3}{2} > \log_3 5$ (vì $2^{3/2} = \sqrt{8} < 3$ và $3^{3/2} = \sqrt{27} > 5$).

Kết luận: Chọn C.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 43

43. 下列关于椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a, b > 0）的说法，正确的是 (　　)

(A) 该椭圆焦点在 x 轴

(B) 该椭圆的离心率 $e=\frac{b}{a}$

(C) 该椭圆上任意一点到椭圆两个焦点的距离之和等于 2a

(D) 该椭圆的中心在原点

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $a,b>0$ bất kỳ: tâm luôn là gốc O; tiêu điểm trên trục ứng với mẫu lớn hơn; tổng khoảng cách tới hai tiêu điểm bằng $2\max(a,b)$; tâm sai $e=\frac{c}{a}$ với $c^2=|a^2-b^2|$.

Lời giải

Bước 1: (A) chỉ đúng khi $a>b$; (C) chỉ đúng khi $a>b$; (B) sai vì $e=\frac{c}{a}$.

Bước 2: (D) đúng với mọi $a,b>0$: phương trình đối xứng qua O (thay $x\to -x$, $y\to -y$ không đổi).

Kết luận: Chọn D.

Câu 44

44. 已知平面向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 满足 $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=1,\vec{a}.\vec{b}=-\frac{1}{2}$，且 $\vec{c}=\lambda\vec{a}+(1-\lambda)\vec{b}$（$\lambda\in\mathbb{R}$），则 $|\vec{c}|$的最小值为 (　)

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) 1

(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• $|\vec{c}|^2 = \vec{c}\cdot\vec{c}$; khai triển $|\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}|^2 = \lambda^2|\vec{a}|^2+\mu^2|\vec{b}|^2+2\lambda\mu\,\vec{a}\cdot\vec{b}$. Giá trị nhỏ nhất của tam thức bậc hai At^2+Bt+C $(A>0)$ đạt tại $t=-\frac{B}{2A}$.

Lời giải

Bước 1: $|\vec{c}|^2 = \lambda^2+(1-\lambda)^2+2\lambda(1-\lambda)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = \lambda^2+1-2\lambda+\lambda^2-\lambda+\lambda^2 = 3\lambda^2-3\lambda+1$.

Bước 2: Tam thức theo λ nhỏ nhất tại $\lambda = \frac{1}{2}$: $3\cdot\frac{1}{4}-\frac{3}{2}+1 = \frac{1}{4}$.

Bước 3: $|\vec{c}|_{\min} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$.

→ Ý nghĩa hình học: $\vec{c}$ là vectơ từ O tới một điểm trên đoạn nối hai đầu mút của $\vec{a},\vec{b}$ (góc giữa chúng 120°); giá trị nhỏ nhất là khoảng cách từ O tới đường thẳng đó.

Kết luận: $\frac{1}{2}$, chọn A.

Câu 45

45. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $2S_n = 3a_{n+1}-3$（$n=1,2,\ldots$），则 S_n = ( )

(A) $\frac{3}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^n-\frac{3}{2}$

(B) $\frac{2}{3}\left(\frac{3}{5}\right)^n-\frac{2}{3}$

(C) $\frac{2}{3}\left(\frac{5}{3}\right)^n-\frac{2}{3}$

(D) $\frac{3}{2}\left(\frac{5}{3}\right)^n-\frac{3}{2}$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Từ $2S_n = 3a_{n+1}-3$ và $2S_{n-1} = 3a_n-3$ trừ vế để được hệ thức truy hồi; $S_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1}$.

Lời giải

Bước 1: Trừ vế ($n\ge 2$): $2a_n = 3a_{n+1}-3a_n \Rightarrow a_{n+1} = \frac{5}{3}a_n$, nên $q=\frac{5}{3}$.

Bước 2: $n=1$: $2a_1 = 3a_2-3 = 5a_1-3 \Rightarrow a_1 = 1$.

Bước 3: $S_n = \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^n-1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}\left(\frac{5}{3}\right)^n-\frac{3}{2}$.

Kết luận: Chọn D.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 46

46. 若复数 $z=-1+i$，其中 i 是虚数单位，则 $\frac{z+1}{z+2}+\frac{z+2}{z+1}=$（　）

(A) 2

(B) $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$

(C) $\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$

(D) 1

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Chia số phức: nhân với liên hợp của mẫu; $\frac{1}{i}=-i$; $i^2=-1$.

Lời giải

Bước 1: $z+1=i$, $z+2=1+i$.

Bước 2: $\frac{i}{1+i}=\frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{i-i^2}{2}=\frac{1+i}{2}$; $\frac{1+i}{i}=\frac{(1+i)(-i)}{i(-i)}=\frac{-i-i^2}{1}=1-i$.

Bước 3: Tổng: $\frac{1}{2}+\frac{i}{2}+1-i=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$.

Kết luận: $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$, chọn B.

Câu 47

47. 已知 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{1}{2}$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{1+2a_n}$。令 $b_n=\frac{1}{a_n}$，则 $S_n=b_1+b_2+\ldots+b_n=$（　）

(A) n(n+1)

(B) n(n−1)

(C) $\frac{n^3}{2}$

(D) n^3

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Lấy nghịch đảo hệ thức truy hồi để được cấp số cộng: $\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1+2a_n}{a_n}=\frac{1}{a_n}+2$. Tổng cấp số cộng $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$.

Lời giải

Bước 1: $b_{n+1} = b_n + 2, b_1 = \frac{1}{a_1} = 2$: $b_n = 2 + 2(n-1) = 2n$.

Bước 2: $S_n = 2(1 + 2 + \cdots + n) = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)$.

Kết luận: $S_n = n(n+1)$, chọn A.

Câu 48

48. 已知有 n 个编号互不相同的白球和 n 个编号互不相同的红球。现从中随机取出 n 个球，设取出球的颜色交替出现的概率为 P(n)，这里的颜色交替是指取出 n 个球的颜色为：第 1 个球为白色，第 2 个球为红色，第 3 个球为白色，第 4 个球为红色，……以此类推；或第 1 个球为红色，第 2 个球为白色，第 3 个球为红色，第 4 个球为白色，……以此类推。则下列关系正确的是 (　)

(A) P(4) > P(2) > P(6)

(B) P(6) > P(4) > P(2)

(C) P(2) > P(6) > P(4)

(D) P(2) > P(4) > P(6)

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Xác suất bằng số cách thuận lợi chia số cách có thể (khi các cách lấy đồng khả năng); lấy lần lượt n quả có thứ tự từ $2n$ quả: $2n(2n-1)\cdots(n+1)$ cách. Dãy xen kẽ bắt đầu trắng: vị trí lẻ chọn trắng, vị trí chẵn chọn đỏ, số quả còn lại giảm dần.

Lời giải

Bước 1: $n = 2$: có $4 \cdot 3 = 12$ cách lấy; xen kẽ (trắng–đỏ hoặc đỏ–trắng): $2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 8$ cách; $P(2) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

Bước 2: $n = 4$: $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$ cách; xen kẽ: $2 \cdot (4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3) = 288$; $P(4) = \frac{288}{1680} = \frac{6}{35} \approx 0{,}17$.

Bước 3: $n = 6$: $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665\,280$ cách; xen kẽ: $2 \cdot (6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4) = 28\,800$; $P(6) \approx 0{,}043$.

Bước 4: Vậy $P(2) > P(4) > P(6)$: càng nhiều quả, xác suất xen kẽ càng nhỏ.

Kết luận: Chọn D.

CSCA ĐƠN GIẢN