CSCA đơn giản - Giải chi tiết CSCA 数学 (2025.12) – 真题

Câu 1

1. 若集合$\mathbf{A}=\{1,2\},\boldsymbol{B}=\{1,2,3\}$，则(　　).

(A) $\mathrm{B}\subseteq\mathrm{A}$

(B) $\mathrm{A}=\mathrm{B}$

(C) $\mathrm{A}\in\mathrm{B}$

(D) $\mathrm{A}\subseteq\mathrm{B}$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Tập con: $A\subseteq B$ khi mọi phần tử của A đều thuộc B. Ký hiệu $\in$ chỉ dùng giữa một phần tử và một tập hợp; ký hiệu $\subseteq$ dùng giữa hai tập hợp.

• Hai tập hợp bằng nhau khi chúng có đúng cùng các phần tử.

Lời giải

Bước 1: $A=\{1,2\}$, $B=\{1,2,3\}$: mọi phần tử của A (là 1 và 2) đều thuộc B, nên $A\subseteq B$.

Bước 2: Xét từng phương án: (A) $B\subseteq A$ sai vì $3\in B$ nhưng $3\notin A$. (B) $A=B$ sai vì B có thêm phần tử 3. (C) $A\in B$ sai vì A là một tập hợp, không phải phần tử của B (ký hiệu $\in$ dùng sai).

Kết luận: $A\subseteq B$, chọn D.

Câu 2

2. 若集合$\mathbf{A}=(-1,3),\boldsymbol{B}=[2,4)$，则$\mathbf{A}\cap\mathbf{B}=$(　　)

(A) $[2,3]$

(B) $[2,3)$

(C) $(2,3]$

(D) $(2,3)$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Giao của hai tập hợp $A \cap B$ gồm các phần tử vừa thuộc A vừa thuộc B – lấy phần chung.

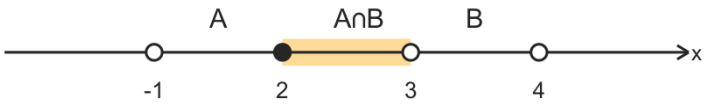
• Với khoảng, đoạn: ngoặc tròn $(\ )$ là không lấy đầu mút, ngoặc vuông $[\ ]$ là lấy đầu mút. Biểu diễn trên trục số rồi lấy phần chồng lên nhau.

Lời giải

Bước 1: $A = (-1, 3)$ gồm các x với $-1 < x < 3$; $B = [2, 4)$ gồm các x với $2 \le x < 4$.

Bước 2: Phần chung: x phải thoả cả $x < 3$ (từ A) và $x \ge 2$ (từ B), tức $2 \le x < 3$.

Bước 3: Đầu mút 2 được lấy (vì $2 \in B$ và $2 \in A$), đầu mút 3 không được lấy (vì $3 \notin A$). Vậy $A \cap B = [2, 3)$.



Kết luận: $A \cap B = [2, 3)$, **chọn B.**

Câu 3

3. 一元二次不等式$x^2 - 5x + 4 < 0$的解集为(　　)

(A) $(-4, -1)$

(B) $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

(C) $(-\infty, -4) \cup (-1, +\infty)$

(D) $(1, 4)$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

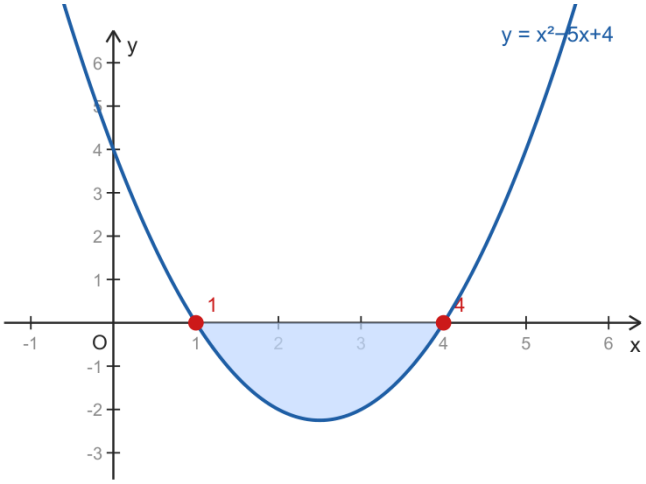
• Bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c < 0$: tìm hai nghiệm $x_1 < x_2$ của $ax^2 + bx + c = 0$, rồi xét dấu theo quy tắc "trong trái, ngoài cùng" (so với dấu của a): với $a > 0$, tam thức âm khi $x_1 < x < x_2$ và dương ở ngoài khoảng đó.

Lời giải

Bước 1: Giải $x^2 - 5x + 4 = 0$: $\Delta = 25 - 16 = 9$, nghiệm $x = \frac{5 \pm 3}{2}$, tức $x_1 = 1$, $x_2 = 4$. (Hoặc phân tích $x^2 - 5x + 4 = (x - 1)(x - 4)$.)

Bước 2: Hệ số $a = 1 > 0$ nên $x^2 - 5x + 4 < 0$ khi x nằm giữa hai nghiệm: $1 < x < 4$.





→ Trên đồ thị, parabol nằm dưới trục hoành (y<0) đúng trên khoảng $(1,4)$.

Kết luận: Tập nghiệm $(1,4)$, chọn D.

Câu 4

4. 函数$y=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$的定义域为(　　)

(A)$[-1,+\infty)$

(B) $(-1,+\infty)$

(C) $(0,+\infty)$

(D) $(-\infty,-1)$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Tập xác định là tập các x làm biểu thức có nghĩa. Căn bậc hai $\sqrt{A}$ cần $A \geq 0$; mẫu số phải khác 0. Khi căn nằm ở mẫu: cần $A > 0$.

Lời giải

Bước 1: Biểu thức $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ có căn ở mẫu nên cần $x+1>0$ (vừa để căn có nghĩa, vừa để mẫu khác 0).

Bước 2: $x+1>0 \iff x>-1$. Vậy tập xác định là $(-1,+\infty)$; đầu mút -1 không lấy vì khi đó mẫu bằng 0.

Kết luận: Tập xác định $(-1,+\infty)$, chọn B.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 5

5. 若$\{a_n\}$为等差数列，首项$a_1=2$，公差$d=3$，则$a_{100}=$(　　)

(A) 302

(B) 305

(C) 299

(D) 298

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Cấp số cộng (等差数列) có số hạng đầu a_1 và công sai d: số hạng tổng quát $a_n = a_1 + (n-1)d$.

Lời giải

Bước 1: Thay $a_1 = 2, d = 3, n = 100$: $a_{100} = 2 + (100-1)\cdot 3$.

Bước 2: $a_{100} = 2 + 99 \cdot 3 = 2 + 297 = 299$.

→ Lỗi hay gặp: dùng n thay cho $n-1$ sẽ ra 302 (phương án A, sai).

Kết luận: $a_{100} = 299$, chọn C.

Câu 6

6. 点$(-1, 3-\pi)$位于平面直角坐标系的(　　)

(A) 第三象限

(B) 第一象限

(C) 第二象限

(D) 第四象限

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

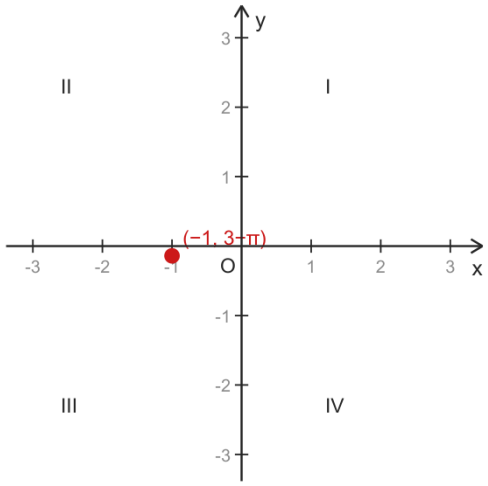
• Dấu toạ độ theo góc phần tư: I $(+,+)$; II $(-,+)$; III $(-,-)$; IV $(+,-)$.

Lời giải

Bước 1: Hoành độ $x = -1 < 0$.

Bước 2: Tung độ $y = 3 - \pi$; vì $\pi \approx 3{,}14 > 3$ nên $3 - \pi < 0$.

Bước 3: Điểm có $x < 0$, $y < 0$ thuộc góc phần tư thứ ba.



Kết luận: Góc phần tư thứ ba, chọn A.

Câu 7

7. $\left(\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}\right)\times\tan\frac{\pi}{4}$

(A) $2\sqrt{2}$

(B) 2

(C) $\sqrt{2}$

(D) 1

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Giá trị lượng giác đặc biệt: $\sin\frac{\pi}{4}=\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\frac{\pi}{4}=1$.

Lời giải

Bước 1: $\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

Bước 2: Nhân với $\tan\frac{\pi}{4}=1$: $\sqrt{2}\cdot 1=\sqrt{2}$.

Kết luận: Giá trị bằng $\sqrt{2}$, chọn C.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 8

8. 系列函数是奇函数的是(　　)

(A) $y = xsinx$

(B) $y = x^4$

(C) $y = cosx$

(D) $y = x + x^3$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Hàm số lẻ: $f(-x) = -f(x)$ với mọi x thuộc tập xác định (đồ thị đối xứng qua gốc O). Hàm số chẵn: $f(-x) = f(x)$ (đồ thị đối xứng qua trục Oy).

• Tích của hai hàm lẻ là hàm chẵn; tổng của các hàm lẻ là hàm lẻ; x^{2k} chẵn, x^{2k+1} lẻ, $\cos x$ chẵn, $\sin x$ lẻ.

Lời giải

Bước 1: (A) $f(x) = x\sin x$: $f(-x) = (-x)\sin(-x) = (-x)(-\sin x) = x\sin x = f(x)$, là hàm chẵn.

Bước 2: (B) $y = x^4$ và (C) $y = \cos x$ đều là hàm chẵn.

Bước 3: (D) $f(x) = x + x^3$: $f(-x) = -x - x^3 = -(x + x^3) = -f(x)$, là hàm lẻ.

Kết luận: Hàm số lẻ là $y = x + x^3$, chọn D.

Câu 9

9. 函数$y = x^3$的反函数是(　　)

(A) $y = \frac{x}{3}$

(B) $y = 3^x$

(C) $y = x^3$

(D) $y = \sqrt[3]{x}$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Hàm ngược (反函数): từ $y = f(x)$ giải x theo y, rồi đổi vai trò $x \leftrightarrow y$. Hàm ngược của $y = x^3$ là $y = \sqrt[3]{x}$ (tập xác định $\mathbb{R}$).

Lời giải

Bước 1: Từ $y = x^3$ suy ra $x = \sqrt[3]{y}$.

Bước 2: Đổi tên biến: $y = \sqrt[3]{x}$.

→ Phương án (A) $y = \frac{x}{3}$ là hàm ngược của $y = 3x$, không phải của $y = x^3$.

Kết luận: Hàm ngược là $y = \sqrt[3]{x}$, chọn D.

Câu 10

10. 下列函数中单调递增的是(　　)

(A) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

(B) $y = \log_{0,5} x$

(C) $y = 2x + 1$

(D) $y = \sin x$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

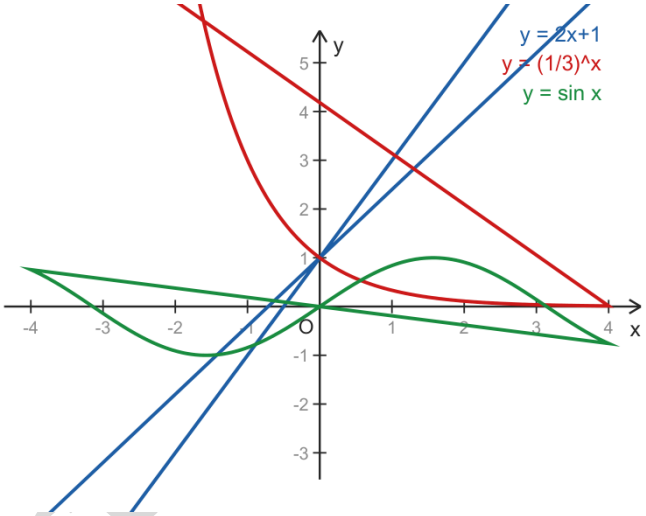
• Hàm bậc nhất $y = kx + b$ đồng biến khi $k > 0$. Hàm mũ $y = a^x$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$. Hàm $y = \log_a x$ đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$. Hàm $y = \sin x$ không đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Bước 1: (A) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$: cơ số $\frac{1}{3} < 1$ nên nghịch biến.

Bước 2: (B) $y = \log_{0,5} x$: cơ số $0{,}5 < 1$ nên nghịch biến.

Bước 3: (C) $y = 2x + 1$: hệ số góc $2 > 0$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$. (D) $y = \sin x$ lúc tăng lúc giảm.



Kết luận: Hàm đồng biến là $y = 2x + 1$, chọn C.

Câu 11

11. 下列点位于第三象限的是(　　)

(A) $(-1,-2)$

(B) $(-1,2)$

(C) $(1,2)$

(D) $(1,-2)$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Điểm thuộc góc phần tư thứ ba khi và chỉ khi $x<0$ và $y<0$.

Lời giải

Bước 1: Xét dấu toạ độ: (A) $(-1,-2)$ có $x<0, y<0$; (B) $(-1,2)$ thuộc góc phần tư II; (C) $(1,2)$ thuộc I; (D) $(1,-2)$ thuộc IV.

Kết luận: Điểm $(-1,-2)$, chọn A.

Câu 12

12. 分式不等式$\frac{x-1}{x-2}\leq 1$的解集为(　　)

(A) $(2,+\infty)$

(B) $[1,2]$

(C)$(-\infty,2)$

(D) $(-\infty,1]$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

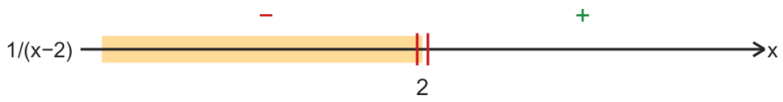
• Bất phương trình chứa ẩn ở mẫu: chuyển hết về một vế, quy đồng thành dạng $\frac{P(x)}{Q(x)}\leq 0$ rồi lập bảng xét dấu.

Không được nhân chéo khi chưa biết dấu của mẫu. Nghiệm của mẫu luôn bị loại.

Lời giải

Bước 1: $\frac{x-1}{x-2}\leq 1 \iff \frac{x-1}{x-2}-1\leq 0 \iff \frac{x-1-(x-2)}{x-2}\leq 0 \iff \frac{1}{x-2}\leq 0$.

Bước 2: Tử số là $1 > 0$, nên phân thức âm khi và chỉ khi mẫu âm: $x - 2 < 0 \iff x < 2$. Không có dấu bằng vì tử khác 0, và $x = 2$ bị loại (mẫu bằng 0).



Kết luận: Tập nghiệm $(-\infty, 2)$, chọn C.

Câu 13

13. 已知a, b和c构成等差数列并且满足a + c = 10，则b =(　　)

(A) 10

(B) 5

(C) 20

(D) 0

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Ba số a, b, c lập thành cấp số cộng khi b là trung bình cộng của hai số kề nó: $b = \frac{a+c}{2}$ (hay $2b = a + c$).

Lời giải

Bước 1: Theo tính chất số hạng giữa: $2b = a + c = 10$.

Bước 2: Suy ra $b = 5$.

→ Bảng đáp án tham khảo ghi A ($b = 10$), không đúng; b phải bằng nửa tổng $a + c$, tức 5.

Kết luận: $b = 5$, chọn B.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 14

14. 直线$y=\sqrt{3}x+10$的倾斜角为(　　)

(A) $60°$

(B) $30°$

(C) $45°$

(D) $120°$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Đường thẳng $y=kx+b$ có hệ số góc $k=\tan\alpha$, với $\alpha\in[0°,180°)$ là góc nghiêng (倾斜角). Các giá trị cần nhớ: $\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 45°=1$, $\tan 60°=\sqrt{3}$, $\tan 120°=-\sqrt{3}$.

Lời giải

Bước 1: Hệ số góc $k=\sqrt{3}$ (hệ số của x; số hạng $+10$ không ảnh hưởng đến góc nghiêng).

Bước 2: $\tan\alpha=\sqrt{3}$ với $0°\le\alpha<180°$ cho $\alpha=60°$.

Kết luận: Góc nghiêng $60°$, chọn A.

Câu 15

15. 下列不等式正确的是(　　)

(A) $0.75^{-0.2}>0.75^{-0.4}$

(B) $3^{4.5}>3^{5}$

(C) $2.1^{-2}>1.2^{-2}$

(D) $2.1^{\frac{2}{3}}>1.2^{\frac{2}{3}}$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Hàm mũ $y=a^x$: nếu $0<a<1$ thì nghịch biến (số mũ lớn hơn cho giá trị nhỏ hơn); nếu $a>1$ thì đồng biến. Hàm luỹ thừa $y=x^\alpha$ trên $(0,+\infty)$: đồng biến khi $\alpha>0$, nghịch biến khi $\alpha<0$.

Lời giải

Bước 1: (A) cơ số $0{,}75<1$, hàm nghịch biến; vì $-0{,}2>-0{,}4$ nên $0{,}75^{-0{,}2}<0{,}75^{-0{,}4}$, (A) sai.

Bước 2: (B) cơ số $3 > 1$, hàm đồng biến; $4{,}5 < 5$ nên $3^{4{,}5} < 3^5$, (B) sai.

Bước 3: (C) hàm $y = x^{-2}$ nghịch biến trên $(0, +\infty)$; $2{,}1 > 1{,}2$ nên $2{,}1^{-2} < 1{,}2^{-2}$, (C) sai.

Bước 4: (D) hàm $y = x^{\frac{2}{3}}$ đồng biến trên $(0, +\infty)$; $2{,}1 > 1{,}2$ nên $2{,}1^{\frac{2}{3}} > 1{,}2^{\frac{2}{3}}$, (D) đúng.

Kết luận: Chọn D.

Câu 16

16. 若点$\mathbf{P(1,y)}$是角$\boldsymbol{\alpha}$的终边上的点，并且$\mathbf{\tan\alpha = 2}$，则$\mathbf{y}$ =(　　)

(A) 1

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\sqrt{3}$

(D) 2

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Nếu $P(x, y)$ nằm trên tia cuối của góc α và $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ thì $\sin\alpha = \frac{y}{r}$, $\cos\alpha = \frac{x}{r}$, $\tan\alpha = \frac{y}{x}$ $(x \neq 0)$.

Lời giải

Bước 1: Với $P(1, y)$: $\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{y}{1} = y$.

Bước 2: Đề cho $\tan\alpha = 2$ nên $y = 2$.

Kết luận: $y = 2$, chọn D.

Câu 17

17. 已知$\{\mathbf{a_n}\}$是等差数列，而且$\mathbf{a_1 = 1, a_2 = 2}$，则$\mathbf{a_{2025}}$ =(　　)

(A) 2

(B) 2025

(C) 2024

(D) 20

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Cấp số cộng: công sai $d = a_2 - a_1$; số hạng tổng quát $a_n = a_1 + (n-1)d$.

Lời giải

Bước 1: $d = a_2 - a_1 = 2 - 1 = 1$.

Bước 2: $a_{2025} = a_1 + 2024d = 1 + 2024 \cdot 1 = 2025$.

→ Dãy này chính là $1, 2, 3, \ldots$, số hạng thứ n bằng n.

Kết luận: $a_{2025} = 2025$, chọn B.

Câu 18

18. 若圆的圆心坐标是$(-3, 2)$，半径是4，则圆的方程是(　　)

(A) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

(B) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$

(C) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 16$

(D) $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 16$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Đường tròn tâm $I(a, b)$, bán kính R có phương trình $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$. Chú ý dấu trong ngoặc ngược với dấu toạ độ tâm và vế phải là R^2 (không phải R).

Lời giải

Bước 1: Tâm $(-3, 2)$: $x - (-3) = x + 3$ và $y - 2$.

Bước 2: Bán kính 4 nên vế phải là $4^2 = 16$: $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 16$.

→ (A) sai vì vế phải là 4 (quên bình phương); (B), (C) sai dấu trong ngoặc.

Kết luận: $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 16$, chọn D.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 19

19. 已知$\sin\alpha=\frac{3}{5}$，且α是第二象限角，则$\cos\alpha$=(　　)

(A) $\frac{4}{5}$

(B) $-\frac{4}{5}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $-\frac{3}{4}$

Đáp án: B

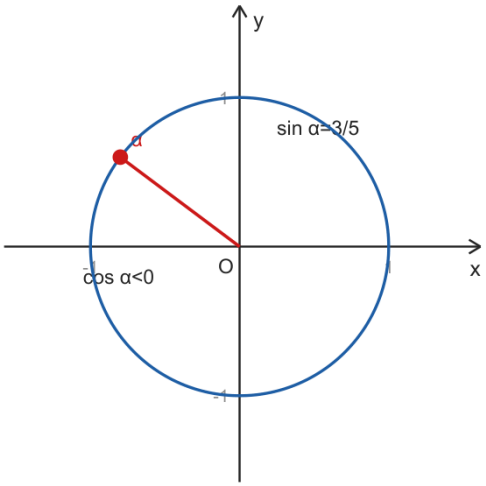
Lý thuyết cần nhớ

• Hệ thức cơ bản $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$. Dấu của $\cos\alpha$ theo góc phần tư: II và III thì $\cos\alpha<0$.

Lời giải

Bước 1: $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$, suy ra $\cos\alpha=\pm\frac{4}{5}$.

Bước 2: α thuộc góc phần tư thứ hai nên $\cos\alpha<0$: $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$.



Kết luận: $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$, chọn B.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 20

20. 函数$y=\sqrt{x-1}$的定义域是(　　)

(A) $[1,+\infty)$

(B) $(1,+\infty)$

(C) $(-\infty,1]$

(D) $(-\infty,1)$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• $\sqrt{A}$ xác định khi $A \geq 0$ (được lấy dấu bằng vì $\sqrt{0}=0$ có nghĩa).

Lời giải

Bước 1: Điều kiện: $x-1 \geq 0 \iff x \geq 1$.

Bước 2: Tập xác định $[1,+\infty)$, lấy cả $x=1$.

Kết luận: $[1,+\infty)$, chọn A.

Câu 21

21. 设圆的方程为$x^2+y^2+2x-2y=0$，则该圆的半径为(　　)

(A) 2

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\sqrt{2}$

(D) 1

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Phương trình $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ là đường tròn tâm $\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$, bán kính $R=\sqrt{\frac{D^2}{4}+\frac{E^2}{4}-F}$.
Hoặc đưa về dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ bằng cách "hoàn thành bình phương".

Lời giải

Bước 1: $x^2+2x+y^2-2y=0 \iff (x^2+2x+1)+(y^2-2y+1)=2 \iff (x+1)^2+(y-1)^2=2$.

Bước 2: Vậy $R^2 = 2$, tức $R = \sqrt{2}$ (tâm $(-1, 1)$).

Kết luận: Bán kính $\sqrt{2}$, chọn C.

Câu 22

22. 若a为锐角，并且$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$，则$\tan\alpha$ =(　　)

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\sqrt{3}$

(C) $\frac{1}{4}$

(D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Góc nhọn (锐角) là góc trong $(0°, 90°)$. Giá trị đặc biệt: $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 60° = \sqrt{3}$. Có thể dùng $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ với $\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} > 0$.

Lời giải

Bước 1: α nhọn và $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $\alpha = 60°$.

Bước 2: $\tan\alpha = \tan 60° = \sqrt{3}$. (Kiểm tra: $\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}$.)

Kết luận: $\tan\alpha = \sqrt{3}$, chọn B.

Câu 23

23. 已知等比数列$\{a_n\}$的前三项为1, 2和4，则该数列的通项公式为(　　)

(A) $a_n = 2n$

(B) $a_n = 8$

(C) $a_n = 2^{n-1}$

(D) $a_n = 2^n$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Cấp số nhân (等比数列): công bội $q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$, số hạng tổng quát $a_n = a_1 q^{n-1}$.

Lời giải

Bước 1: $q = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = 2$, $a_1 = 1$.

Bước 2: $a_n = 1 \cdot 2^{n-1} = 2^{n-1}$. Kiểm tra: $a_1 = 2^0 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 4$ (đúng).

→ (A) $a_n = 2^n$ cho $a_1 = 2$, sai; (D) $a_n = 2n$ cho $a_3 = 6$, sai.

Kết luận: $a_n = 2^{n-1}$, chọn C.

Câu 24

24. 已知a > b，则(　　)

(A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

(B) $a^2 > b^2$

(C) $5^a > 5^b$

(D) sina > sinb

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Nhân hai vế của bất đẳng thức với số dương thì bất đẳng thức giữ nguyên chiều. Các phép bình phương, nghịch đảo, lấy $\sin$ không bảo toàn thứ tự nếu không có thêm điều kiện về dấu.

Lời giải

Bước 1: (A) sai, ví dụ $a = 1 > b = -1$ nhưng $\frac{1}{a} = 1 > \frac{1}{b} = -1$. (B) sai, ví dụ $a = 1 > b = -2$ nhưng $a^2 = 1 < b^2 = 4$. (D) sai, ví dụ $a = \pi > b = \frac{\pi}{2}$ nhưng $\sin a = 0 < \sin b = 1$.

Bước 2: (C) nhân hai vế của $a > b$ với $5 > 0$: $5a > 5b$, luôn đúng.

Kết luận: Chọn C.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 25

25. 点$\mathbf{P(-1,2)}$到点$\mathbf{Q(3,1)}$的距离是(　　)

(A) $\sqrt{17}$

(B) $\sqrt{13}$

(C) $\sqrt{5}$

(D) 5

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Khoảng cách giữa hai điểm $P(x_1,y_1)$, $Q(x_2,y_2)$: $PQ=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

Lời giải

Bước 1: $x_2-x_1=3-(-1)=4$, $y_2-y_1=1-2=-1$.

Bước 2: $PQ=\sqrt{4^2+(-1)^2}=\sqrt{16+1}=\sqrt{17}$.

Kết luận: $PQ=\sqrt{17}$, chọn A.

Câu 26

26. 下列关于函数 $\mathbf{y=\left(\frac{1}{2}\right)^x}$ 的描述正确的是(　　)

(A) 该函数关于原点对称

(B) 该函数关于x轴对称

(C) 该函数单调递增

(D) 该函数单调递减

Đáp án: D

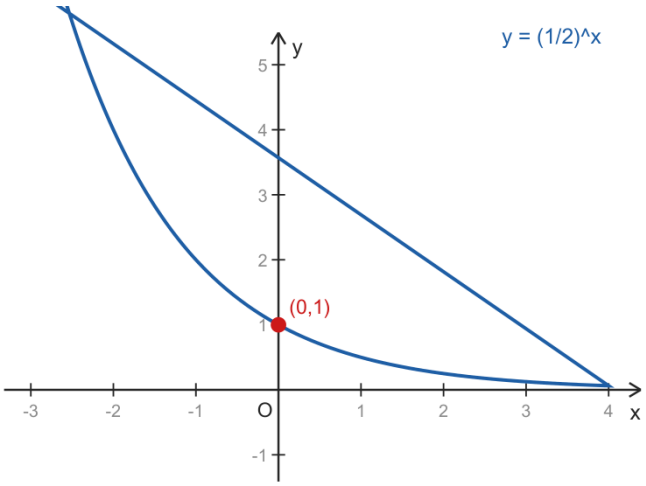
Lý thuyết cần nhớ

• Hàm mũ $y=a^x$ với $0<a<1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox, đi qua $(0,1)$ và không đối xứng qua gốc hay qua trục hoành.

Lời giải

Bước 1: Cơ số $\frac{1}{2}\in(0,1)$ nên hàm $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến: x tăng thì y giảm.

Bước 2: (A) sai vì hàm không lẻ; (B) sai vì $y>0$ luôn; (C) sai vì hàm nghịch biến.



Kết luận: Hàm nghịch biến, chọn D.

Câu 27

27. 若$\sin\alpha=\frac{1}{4}$，则$\cos 2\alpha=$(　　)

(A) $-\frac{7}{8}$

(B) $\frac{1}{8}$

(C) $\frac{7}{8}$

(D) $-\frac{1}{8}$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Công thức góc nhân đôi: $\cos 2\alpha = 1-2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$. Khi biết $\sin\alpha$, dùng dạng $1-2\sin^2\alpha$.

Lời giải

Bước 1: $\sin^2\alpha = \frac{1}{16}$.

Bước 2: $\cos 2\alpha = 1 - 2\cdot\frac{1}{16} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

Kết luận: $\cos 2\alpha = \frac{7}{8}$, chọn C.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 28

28. 直线$l_1: y = 2x + 1$和直线$l_2: x + y + 1 = 0$的交点为

(A) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(B) $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

(C) $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

(D) $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

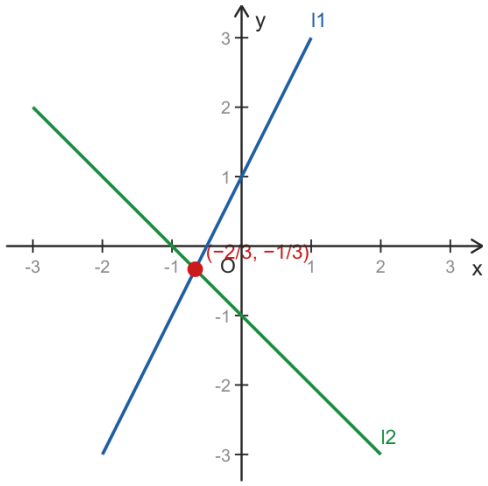
• Giao điểm của hai đường thẳng là nghiệm của hệ gồm hai phương trình đường thẳng: thế y từ phương trình này vào phương trình kia.

Lời giải

Bước 1: Thế $y = 2x + 1$ vào $x + y + 1 = 0$: $x + (2x + 1) + 1 = 0 \iff 3x + 2 = 0 \iff x = -\frac{2}{3}$.

Bước 2: $y = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 1 = -\frac{4}{3} + 1 = -\frac{1}{3}$.

Bước 3: Kiểm tra: $-\frac{2}{3} - \frac{1}{3} + 1 = 0$ (đúng).



Kết luận: Giao điểm $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, chọn D.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 29

29. 双曲线$x^2 - y^2 = 1$的焦点坐标是(　　)

(A) $(\pm\sqrt{2}, 0)$

(B) $(0, \pm 2)$

(C) $(0, \pm\sqrt{2})$

(D) $(\pm 2, 0)$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Hypebol $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ có tiêu điểm trên trục Ox: $F(\pm c, 0)$ với $c^2 = a^2 + b^2$ (chú ý dấu cộng, khác với elip).

Lời giải

Bước 1: $x^2 - y^2 = 1$ có $a^2 = 1, b^2 = 1$.

Bước 2: $c^2 = 1 + 1 = 2$, $c = \sqrt{2}$; tiêu điểm $(\pm\sqrt{2}, 0)$ (số hạng x^2 mang dấu dương nên tiêu điểm nằm trên trục hoành).

Kết luận: $(\pm\sqrt{2}, 0)$, chọn A.

Câu 30

30. $\log_2 32 + \log_{\frac{1}{2}} 32 =$(　　)

(A) -5

(B) 10

(C) 0

(D) 5

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• $\log_a b = c \iff a^c = b$. Đổi cơ số nghịch đảo: $\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$.

Lời giải

Bước 1: $\log_2 32 = 5$ vì $2^5 = 32$.

Bước 2: $\log_{\frac{1}{2}} 32 = -\log_2 32 = -5$ (vì $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 32$).

Bước 3: Tổng: $5 + (-5) = 0$.

Kết luận: Bằng 0, chọn C.

Câu 31

31. 关于函数y = cosx，下列说法正确的是(　　)

(A) $\cos(x+\pi) = cosx$

(B) 该函数是一个奇函数

(C) 该函数在区间$[0,\pi]$上单调递增

(D) 该函数是一个以2π为周期的函数

Đáp án: D

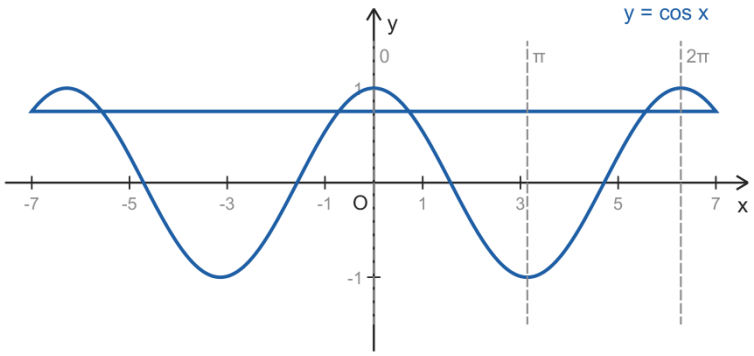
Lý thuyết cần nhớ

• Hàm $y = \cos x$: chẵn ($\cos(-x) = \cos x$), tuần hoàn chu kì 2π, nghịch biến trên $[0, \pi]$, và $\cos(x+\pi) = -\cos x$.

Lời giải

Bước 1: (A) sai vì $\cos(x+\pi) = -\cos x$. (B) sai vì $\cos x$ là hàm chẵn. (C) sai vì trên $[0, \pi]$ hàm giảm từ 1 xuống -1.

Bước 2: (D) đúng: $\cos(x + 2\pi) = \cos x$ với mọi x, chu kì nhỏ nhất là 2π.



Kết luận: Chọn D.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 32

32. 关于抛物线$y^2 = 4x$，下列说法正确的是(　　)

(A) 通过点$(-4, 4)$

(B) 对称轴为$x = 0$

(C) 焦点坐标为$(\pm 1, 0)$

(D) 焦点坐标为$(1, 0)$

Đáp án: D

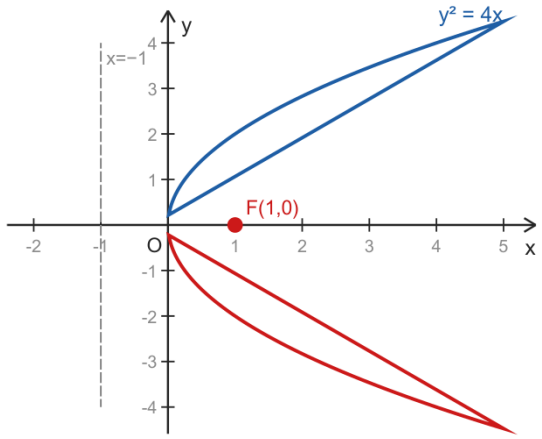
Lý thuyết cần nhớ

• Parabol $y^2 = 2px$ $(p > 0)$ có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, đường chuẩn $x = -\frac{p}{2}$, trục đối xứng là Ox $(y = 0)$. Viết $y^2 = 4x$ thành $2p = 4$, $p = 2$.

Lời giải

Bước 1: $2p = 4 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow \frac{p}{2} = 1$: tiêu điểm $(1, 0)$, chỉ có một tiêu điểm.

Bước 2: (A) sai vì (-4) cho $y^2 = -16 < 0$, không có điểm nào có $x < 0$; (B) sai vì trục đối xứng là $y = 0$ (trục Ox); (C) sai vì parabol chỉ có một tiêu điểm.



Kết luận: Tiêu điểm $(1, 0)$, chọn D.

Câu 33

33. 下列直线和直线l: $x+y+3=0$ 垂直的是(　　)

(A) $y=-2x+1$

(B) $y=x+3$

(C) $y=1-x$

(D) $y=2x+1$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Hai đường thẳng vuông góc khi tích hệ số góc bằng -1: $k_1k_2=-1$. Đường thẳng $ax+by+c=0$ ($b\neq 0$) có hệ số góc $k=-\frac{a}{b}$.

Lời giải

Bước 1: $l: x+y+3=0 \iff y=-x-3$, hệ số góc $k=-1$.

Bước 2: Đường vuông góc cần $k'=-\frac{1}{k}=1$. Chỉ (B) $y=x+3$ có hệ số góc 1 (các phương án khác có hệ số góc $-2,-1,2$).

Kết luận: $y=x+3$, chọn B.

Câu 34

34. 已知$\cos\alpha=-\frac{1}{2}, \alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，则$\sin\frac{\alpha}{2}$的值是(　　)

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $-\frac{1}{2}$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Công thức hạ bậc: $\sin^2\frac{\alpha}{2}=\frac{1-\cos\alpha}{2}$. Dấu của $\sin\frac{\alpha}{2}$ xác định theo khoảng của $\frac{\alpha}{2}$.

Lời giải

Bước 1: $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \Rightarrow \frac{\alpha}{2} \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$, góc nhọn nên $\sin\frac{\alpha}{2} > 0$.

Bước 2: $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2} = \frac{1+\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}$, suy ra $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

→ Cách khác: $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$ với $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ cho $\alpha = \frac{2\pi}{3}$, nên $\sin\frac{\alpha}{2} = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Kết luận: $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, chọn B.

Câu 35

35. 已知$\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$，可以得到$\cos\frac{\pi}{12}$=(　　)

(A) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

(B) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

(C) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(D) $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Công thức cộng: $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$. Viết góc cần tính thành tổng hoặc hiệu của các góc đặc biệt: $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Bước 1: $\cos\frac{\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{6}$.

Bước 2: $= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

→ Kiểm tra: $\cos 15^\circ \approx 0{,}966$ và $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \approx \frac{2{,}449+1{,}414}{4} \approx 0{,}966$.

Kết luận: $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, chọn B.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 36

36. 下列函数和函数y = |x|相同的是(　　)

(A) $y = \sqrt[3]{x^3}$

(B) $y = \left(\sqrt{x}\right)^2$

(C) $y = x$

(D) $y = \sqrt{x^2}$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Hai hàm số là một khi có cùng tập xác định và cùng quy tắc tương ứng. Nhớ: $\sqrt{x^2} = |x|$ (với mọi x), còn $(\sqrt{x})^2 = x$ chỉ với $x \geq 0$, $\sqrt[3]{x^3} = x$.

Lời giải

Bước 1: (A) $\sqrt[3]{x^3} = x$, khác $|x|$ khi $x < 0$. (B) $(\sqrt{x})^2 = x$ với tập xác định $[0, +\infty)$, khác tập xác định $\mathbb{R}$ của $y = |x|$. (C) $y = x$ khác $|x|$ khi $x < 0$.

Bước 2: (D) $\sqrt{x^2} = |x|$ với mọi $x \in \mathbb{R}$, cùng tập xác định và cùng giá trị.

Kết luận: Chọn D.

Câu 37

37. 若a为锐角，且$\cos\alpha = \frac{1}{2}$，则$\sin\frac{\alpha}{2}$=(　　)

(A) $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

(B) $\pm\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{1}{2}$

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Góc nhọn có $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ thì $\alpha = 60^\circ$. Hoặc dùng công thức hạ bậc $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$ và chọn dấu: $\frac{\alpha}{2}$ nhọn nên $\sin\frac{\alpha}{2} > 0$.

Lời giải

Bước 1: α nhọn, $\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$, do đó $\frac{\alpha}{2} = 30^\circ$.

Bước 2: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$. (Hoặc: $\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$, lấy giá trị dương $\frac{1}{2}$.)

→ Không chọn $\pm\frac{1}{2}$ vì $\frac{\alpha}{2}$ là góc nhọn, chỉ lấy dấu dương.

Kết luận: $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$, chọn D.

Câu 38

38. 关于诱导公式，下列式子错误的是(　　)

(A) $\cos(2\pi - \alpha) = \cos\alpha$

(B) $\tan(\pi + \alpha) = -\tan\alpha$

(C) $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$

(D) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Công thức quy gọn (诱导公式): $\cos(2\pi - \alpha) = \cos\alpha$; $\tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha$ (tang có chu kì π); $\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha$; $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$.

Lời giải

Bước 1: (A), (C), (D) đều là công thức đúng.

Bước 2: (B) sai vì $\tan(\pi + \alpha) = \tan\alpha$, không có dấu trừ. (Kiểm tra với $\alpha = \frac{\pi}{4}$: $\tan\frac{5\pi}{4} = 1 = \tan\frac{\pi}{4}$.)

Kết luận: Công thức sai là (B), chọn B.

CSCA ĐƠN GIẢN

Câu 39

39. 抛物线$y^2 = -x$的准线方程为(　　)

(A) $x = \frac{1}{2}$

(B) $x = -\frac{1}{2}$

(C) $x = \frac{1}{4}$

(D) $x = -\frac{1}{4}$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Parabol $y^2 = 2px$: tiêu điểm $\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, đường chuẩn $x = -\frac{p}{2}$. Nếu $p < 0$ parabol mở sang trái, đường chuẩn nằm bên phải trục Oy.

Lời giải

Bước 1: $y^2 = -x$ nên $2p = -1$, $p = -\frac{1}{2}$.

Bước 2: Đường chuẩn: $x = -\frac{p}{2} = -\frac{-1/2}{2} = \frac{1}{4}$.

→ Kiểm tra bằng định nghĩa: tiêu điểm $\left(-\frac{1}{4}, 0\right)$ và đường chuẩn $x = \frac{1}{4}$ đối xứng nhau qua đỉnh O.

Kết luận: $x = \frac{1}{4}$, chọn C.

Câu 40

40. 已知$\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \frac{1}{3}$，则$\tan\alpha$ =(　　)

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{1}{3}$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Biểu thức chứa $\sin\alpha, \cos\alpha$ cùng bậc: chia cả tử và mẫu cho $\cos\alpha$ ($\cos\alpha \neq 0$) để đưa về $\tan\alpha$.

Lời giải

Bước 1: Chia tử và mẫu cho $\cos\alpha$: $\frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha} = \frac{1}{3}$.

Bước 2: $3(1-\tan\alpha) = 1+\tan\alpha \iff 3-3\tan\alpha = 1+\tan\alpha \iff 2 = 4\tan\alpha \iff \tan\alpha = \frac{1}{2}$.

Kết luận: $\tan\alpha = \frac{1}{2}$**, chọn A.**

Câu 41

41. 若数列$\{a_n\}$满足$a_1 = 1$, $a_n = \frac{1}{1+\frac{1}{a_{n-1}}}(n \geq 2)$，则$a_{100} =$（　　）

(A) 50

(B) $\frac{1}{100}$

(C) 1

(D) 100

Đáp án: B

Lý thuyết cần nhớ

• Dãy truy hồi: biến đổi hệ thức để nhận ra một cấp số cộng (hoặc nhân) của dãy phụ, ở đây là dãy $\frac{1}{a_n}$.

Lời giải

Bước 1: $a_n = \frac{1}{1+\frac{1}{a_{n-1}}}$ nên $\frac{1}{a_n} = 1 + \frac{1}{a_{n-1}}$: dãy $b_n = \frac{1}{a_n}$ là cấp số cộng công sai 1, $b_1 = 1$.

Bước 2: $b_n = 1 + (n-1)\cdot 1 = n$, suy ra $a_n = \frac{1}{n}$ và $a_{100} = \frac{1}{100}$.

→ Kiểm tra: $a_2 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}, a_3 = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$ – đúng quy luật $a_n = \frac{1}{n}$.

Kết luận: $a_{100} = \frac{1}{100}$**, chọn B.**

Câu 42

42. 关于对数函数$y = \log_a x$，下面说法正确的是(　　)

(A) 该函数的定义域为$(-\infty, +\infty)$

(B) 当$a > 1$时，在定义域上是一个单调递减函数

(C) 当$a > 1$时，对任意的$x > 0$总有$\log_a x > 1$

(D) 当$0 < a < 1$时，在定义域上是一个单调递减函数

Đáp án: D

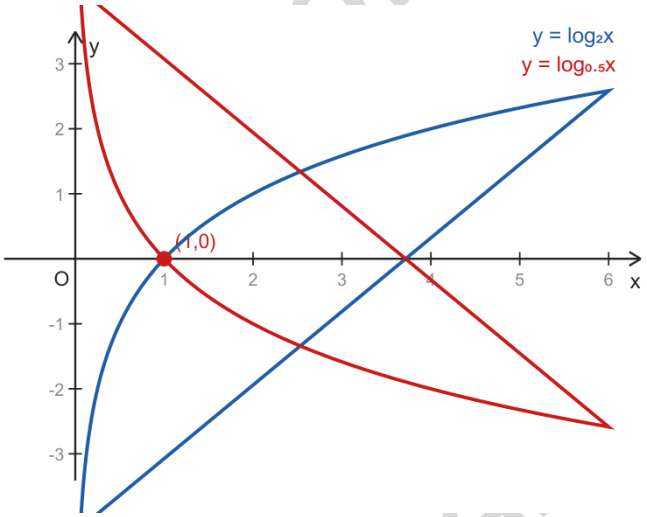
Lý thuyết cần nhớ

• Hàm $y = \log_a x$ $(a > 0, a \neq 1)$: tập xác định $(0, +\infty)$; đồng biến khi $a > 1$, nghịch biến khi $0 < a < 1$; đi qua $(1, 0)$ nên $\log_a 1 = 0$ với mọi a.

Lời giải

Bước 1: (A) sai: tập xác định là $(0, +\infty)$. (B) sai: $a > 1$ thì hàm đồng biến. (C) sai: với $x = 1$ thì $\log_a 1 = 0 < 1$.

Bước 2: (D) đúng: $0 < a < 1$ thì hàm nghịch biến trên $(0, +\infty)$.



Kết luận: Chọn D.

Câu 43

43. 关于椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{20}=1$，下面说法正确的是(　　)

(A) 该椭圆的两个焦点为$(0,\pm4)$

(B) 该椭圆的两个焦点为$(\pm4,0)$

(C) 该椭圆顶点分别是$(\pm4,0)$和$(0,\pm20)$

(D) 该椭圆长轴和短轴长度分别是20和4

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Elip $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ với $a > b > 0$ (mẫu của y^2 lớn hơn) có trục lớn trên Oy: tiêu điểm $(0, \pm c)$, $c^2 = a^2 - b^2$; đỉnh $(0, \pm a)$, $(\pm b, 0)$; độ dài trục lớn $2a$, trục bé $2b$.

Lời giải

Bước 1: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{20} = 1$: $a^2 = 20$, $b^2 = 4$ ($20 > 4$ nên trục lớn nằm trên Oy).

Bước 2: $c^2 = 20 - 4 = 16$, $c = 4$: tiêu điểm $(0, \pm 4)$, (A) đúng.

Bước 3: (C) sai: đỉnh là $(\pm 2, 0)$ và $(0, \pm 2\sqrt{5})$. (D) sai: trục lớn dài $2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}$, trục bé dài 4.

Kết luận: Tiêu điểm $(0, \pm 4)$, chọn A.

Câu 44

44. 若直线 l 垂直于直线$l_1: x + 2y + 4 = 0$，并且经过直线$l_2: x + y + 1 = 0$和$l_3: 2x + y - 1 = 0$的交点，则l的方程是(　　)

(A) $x + 2y - 3 = 0$

(B) $2x + y - 5 = 0$

(C) $2x - y - 7 = 0$

(D) $x - 2y - 1 = 0$

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

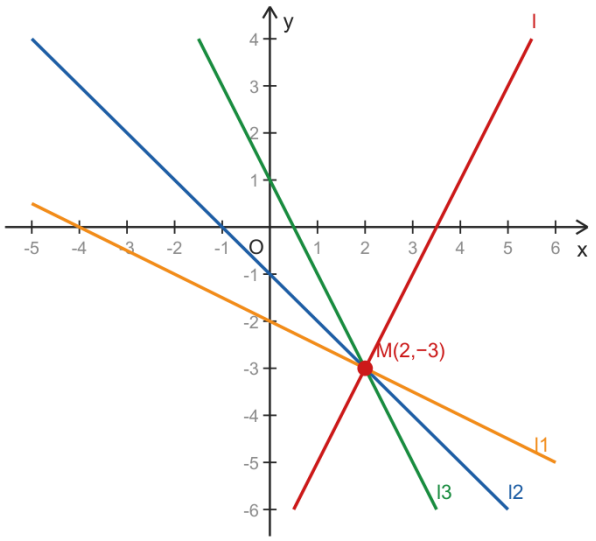
• Đường thẳng $ax + by + c = 0$ có hệ số góc $-\frac{a}{b}$; vuông góc với nó thì hệ số góc là $\frac{b}{a}$. Phương trình đường thẳng qua $M(x_0, y_0)$ với hệ số góc k: $y - y_0 = k(x - x_0)$.

Lời giải

Bước 1: Giao điểm của l_2 và l_3: trừ hai phương trình $(2x + y - 1) - (x + y + 1) = 0 \Rightarrow x = 2$, thế vào l_2: $y = -3$. Giao điểm $M(2, -3)$.

Bước 2: $l_1 : x + 2y + 4 = 0$ có hệ số góc $-\frac{1}{2}$; $l \perp l_1$ nên $k = 2$.

Bước 3: $l : y + 3 = 2(x - 2) \iff 2x - y - 7 = 0$.



Kết luận: $2x - y - 7 = 0$, chọn C.

Câu 45

45. 已知O为坐标原点，A和B是平面上的两个点，P为AB中点，则向量$\overrightarrow{OP}$=(　　)

(A) $\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$

(B) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$

(C) $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$

(D) $\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\right)$

Đáp án: A

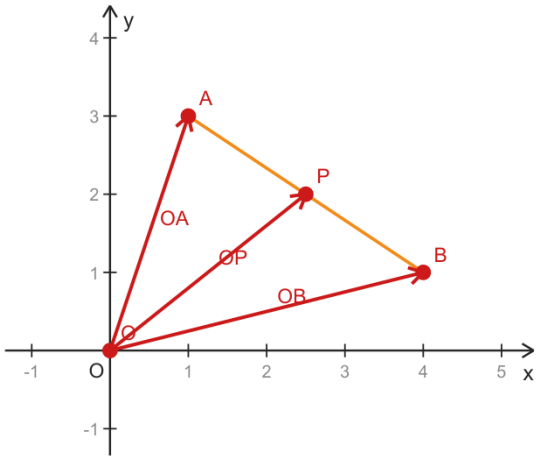
Lý thuyết cần nhớ

• Quy tắc trung điểm: nếu P là trung điểm của AB thì $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$ với mọi điểm O.

Lời giải

Bước 1: $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\right)$.

Bước 2: Rút gọn: $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$.



Kết luận: $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$, chọn A.

Câu 46

46. 若复数z满足$z^3=1$且$z\neq 1$，则$1+z+z^2+\cdots+z^{999}=$（　　）

(A) $\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(B) $\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(C) 1

(D) i

Đáp án: C

Lý thuyết cần nhớ

• Nếu $z^3=1$ và $z\neq 1$ thì từ $z^3-1=(z-1)(z^2+z+1)=0$ suy ra $1+z+z^2=0$. Các luỹ thừa của z lặp lại theo chu kì 3.

Lời giải

Bước 1: Tổng có 1000 số hạng $z^0, z^1, \ldots, z^{999}$. Nhóm ba số hạng liên tiếp:
$z^{3k}+z^{3k+1}+z^{3k+2}=z^{3k}(1+z+z^2)=0$.

Bước 2: 999 số hạng đầu (z^0 đến z^{998}) chia hết thành 333 nhóm, tổng bằng 0. Còn lại $z^{999}=(z^3)^{333}=1$.

Bước 3: Vậy tổng bằng $0+1=1$.

Kết luận: Tổng bằng 1, chọn C.

Câu 47

47. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$3(a_2+a_6)+2(a_6+a_{10}+a_{14})=24$，则$S_{13}=$

(A) 104

(B) 52

(C) 39

(D) 26

Đáp án: D

Lý thuyết cần nhớ

• Trong cấp số cộng, nếu $m+n=p+q$ thì $a_m+a_n=a_p+a_q$; đặc biệt $a_{k-t}+a_{k+t}=2a_k$. Tổng n số hạng đầu: $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$, và $S_{13}=13a_7$ (vì $a_1+a_{13}=2a_7$).

Lời giải

Bước 1: $a_2 + a_6 = 2a_4$; $a_6 + a_{10} + a_{14} = 3a_{10}$ (ba số hạng cách đều quanh a_{10}).

Bước 2: Phương trình: $3 \cdot 2a_4 + 2 \cdot 3a_{10} = 24 \iff 6(a_4 + a_{10}) = 24 \iff a_4 + a_{10} = 4$.

Bước 3: $a_4 + a_{10} = 2a_7 = 4 \Rightarrow a_7 = 2$, nên $S_{13} = 13a_7 = 26$.

Kết luận: $S_{13} = 26$, chọn D.

Câu 48

48. 十二生肖又叫属相，是中国用来代表年份的十二种动物，依次为鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗和猪。比如在 1984、1996 和 2008 年出生的人属相是鼠，而 1985、1997 和 2009 年出生的人属相是牛，以此类推。随机选出的三人中至少有两人属相相同的概率是(　　)

(A) $\frac{17}{72}$

(B) $\frac{1}{12}$

(C) $\frac{55}{72}$

(D) $\frac{143}{144}$

Đáp án: A

Lý thuyết cần nhớ

• Biến cố đối: xác suất "ít nhất hai người cùng con giáp" bằng 1 trừ xác suất "ba người có con giáp đôi một khác nhau". Mỗi người có 12 khả năng con giáp, độc lập nhau.

Lời giải

Bước 1: Số kết quả có thể: $12^3 = 1728$.

Bước 2: Số cách ba người có con giáp đôi một khác nhau: $12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$, xác suất $\frac{1320}{1728} = \frac{55}{72}$.

Bước 3: Xác suất cần tìm: $1 - \frac{55}{72} = \frac{17}{72}$.

Kết luận: $\frac{17}{72}$, chọn A.

CSCA ĐƠN GIẢN